

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas
Facultad de Ingeniería Eléctrica
Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TESIS DE MAESTRÍA

Modelado dinámico de un vehículo autónomo subacuático.

Tesis presentada en opción al grado de
Máster en Automática y Sistemas Informáticos

Autor: Ing. Yunier Valeriano Medina

Tutor: Dr.C. Luis Hernández Santana

Santa Clara

2013

“Año 55 de la Revolución”

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas
Facultad de Ingeniería Eléctrica
Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TESIS DE MAESTRÍA

Modelado dinámico de un vehículo autónomo subacuático.

Tesis presentada en opción al grado de
Máster en Automática y Sistemas Informáticos

Autor: Ing. Yunier Valeriano Medina
yunierv@uclv.edu.cu

Tutor: Dr.C. Luis Hernández Santana Prof. Titular
Dpto. de Automática, Facultad de Ing. Eléctrica, UCLV
email: luishs@uclv.edu.cu

Santa Clara

2013

“Año 55 de la Revolución”



Hago constar que la presente Tesis de Maestría fue realizada en la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la maestra en Automática y Sistemas Informáticas, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

Ing. Yunier Valeriano Medina
Autor

Fecha

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Ing. Yunier Valeriano Medina
Autor

Fecha

Boris Luis Martínez Jiménez, Dr.C
Jefe del Departamento

Fecha

Responsable ICT o J' de Carrera, (Dr.C., M.Sc. o Ing.)
Responsable de Información Científico-Técnica

Fecha

PENSAMIENTO

“El auténtico conocimiento es conocer la extensión de la propia ignorancia.”

Confucio

DEDICATORIA

A mis padres,
por la confianza, el apoyo y la formación que me han brindado.

A mi hermano,

A toda mi familia y amistades,
por apoyarme en todo momento.

A la Revolución.

A todos los profesores que han sabido guiarme.

AGRADECIMIENTOS

Esta tesis es producto del esfuerzo realizado a lo largo de cuatro años, compaginado con docencia y responsabilidades, en la cual han colaborado un grupo grande de compañeros.

Durante su realización, muchas personas han aportado ideas, críticas y comentarios. A todos el más sincero agradecimiento.

Especialmente quisiera agradecer a mis padres, hermano y cuñada, quienes me han apoyado y alentado en todo momento, y que además han permitido que me dedique a tiempo completo al trabajo. Quisiera agradecer al resto de la familia por su confianza y atención para con mi persona.

Agradezco a María del Carmen, quien es en gran medida responsable de que yo sea profesor universitario.

A Luis Hernández, mi tutor, le agradezco por la confianza que ha depositado en mí y por los conocimientos que de él he adquirido.

A mis amigos, a los que están cerca y a los que a veces no veo tan seguido, pero que se que están ahí. A Urquijo y Pablo. A Roide, Oscar, Diamir, Lemus, Drianet, Víctor y Lisdan. A Ariagnis, Idy, Ana Celia, Yuliet y Yalina. A Anailys y Homero. Al Piti y a Marian.

Agradezco también al colectivo del Departamento de Automática y Sistemas Computacionales, en especial a Alain, Boris, Delvis, Yeiniel, Rubio, Izaguirre, Yidiel, Carlitos. Al profesor Abreus a quien respeto y admiro enormemente. Quiero agradecer a los demás profesores y trabajadores de la Facultad de Eléctrica.

No puedo dejar de reconocer a los estudiantes que he tenido como diplomantes. Sin el trabajo realizado por Julio Ruben, Héctor Zamora, Yunieski, Alexei, Ana Elena y Leisi, no hubiese sido posible esta investigación. Las gracias también para los que se han sumado recientemente al proyecto.

Especial reconocimiento al Centro de Investigaciones y Desarrollo Naval por su disposición de facilitar los medios técnicos necesarios para el desarrollo de los experimentos e investigaciones, así como por la importante y significativa ayuda brindada por sus especialistas, directivos, y personal técnico en general.

A todo aquel que de una manera u otra contribuyó en mi formación, muchas gracias.

Santa Clara, Cuba, 2013

RESUMEN

El desarrollo de los vehículos autónomos subacuáticos es un tema de gran interés en la comunidad científica internacional. Aspectos como el modelado, la simulación y el control son hoy en día temáticas en las que se investiga. El trabajo que se presenta consiste en determinar un modelo dinámico no lineal de seis grados de libertad que represente las principales características dinámicas del vehículo subacuático *HRC – AUV*, y que incluya el efecto de las perturbaciones marinas, a partir del cual se obtengan estructuras lineales que puedan utilizarse en el ajuste de controladores de rumbo y profundidad.

En tal sentido, se enuncian y validan las ecuaciones dinámicas del vehículo, se obtiene el modelo no lineal mediante la aplicación de un procedimiento analítico y semi empírico complementado con un conjunto de pruebas y experimentos que se realizan en el mar, derivándose modelos lineales que se utilizan en el diseño de distintas estructuras de control.

La validez de los modelos se constata mediante simulación y pruebas experimentales, que permiten corroborar la efectividad del comportamiento de las representaciones matemáticas obtenidas y el desempeño de los sistemas de control.

TABLA DE CONTENIDO

	<u>Página</u>
PENSAMIENTO	I
DEDICATORIA	II
AGRADECIMIENTOS	III
RESUMEN	IV
ÍNDICE DE TABLAS	VIII
ÍNDICE DE FIGURAS	IX
LISTA DE ABREVIATURAS	XI
LISTA DE SÍMBOLOS	XIII
INTRODUCCIÓN	1
1. ESTUDIO SOBRE LA APLICACIÓN DE TÉCNICAS DE MODELADO Y CONTROL EN VEHÍCULOS MARINOS.	8
1.1. Introducción.	8
1.2. Evolución y desarrollo de los <i>AUV</i>	8
1.3. Descripción general del <i>HRC – AUV</i>	12
1.4. Técnicas aplicadas en la determinación de modelos de vehículos marinos	15
1.5. Técnicas de control aplicadas en vehículos marinos	17
1.6. Consideraciones finales del capítulo	21
2. MODELADO MATEMÁTICO	22
2.1. Introducción	22
2.2. Clasificación de modelos	22
2.3. Sistemas de coordenadas	24
2.4. Ecuaciones dinámicas de movimiento	26
2.4.1. Dinámica del cuerpo rígido	28

2.4.2.	Términos de masas añadidas	29
2.4.3.	Amortiguamiento hidrodinámico	32
2.4.4.	Términos hidrostáticos	33
2.4.5.	Modelo de los actuadores	34
2.5.	Modelo simplificado de las perturbaciones marinas	36
2.5.1.	Modelo de la olas	36
2.5.2.	Ecuaciones para el modelado de las corrientes marinas	38
2.6.	Modelos dinámicos linealizados	39
2.6.1.	Subsistema lateral	40
2.6.2.	Subsistema longitudinal	42
2.6.3.	Subsistema horizontal	43
2.7.	Modelos para el diseño de observadores	44
2.7.1.	Modelo para el observador de rumbo	46
2.7.2.	Modelo para el observador de profundidad	47
2.8.	Consideraciones finales del capítulo	48
3.	MODELOS DINÁMICOS PARA EL <i>HRC – AUV</i>	49
3.1.	Introducción	49
3.2.	Modelo dinámico no lineal de 6 <i>GDL</i> y modelos de 3 <i>GDL</i> para el control	49
3.2.1.	Pruebas experimentales	50
3.3.	Simulación de los modelos lineales del oleaje y las corrientes marinas	55
3.4.	Valores numéricos de los modelos para el diseño de observadores	56
3.5.	Comportamiento del modelo dinámico no lineal de 6 <i>GDL</i>	57
3.6.	Consideraciones finales del capítulo	61
4.	CONTROLADORES LINEALES DE RUMBO Y PROFUNDIDAD PARA EL <i>HRC – AUV</i>	62
4.1.	Introducción	62
4.2.	Lazo de control para los actuadores	63
4.3.	Controladores de rumbo	64
4.3.1.	Controlador <i>PID</i>	65
4.3.2.	Controlador <i>LQG</i>	67
4.4.	Controladores de profundidad	70
4.4.1.	Controlador <i>PID</i>	71

4.4.2. Control mediante realimentación de estados	72
4.5. Análisis económico	75
4.6. Consideraciones finales del capítulo	75
CONCLUSIONES	76
RECOMENDACIONES	77
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	83
A. PROCEDIMIENTO PARA LA TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS POR ÁNGULOS DE <i>EULER</i>	84
B. PROCEDIMIENTO DETALLADO PARA EL CÁLCULO POR VÍA EXPE- RIMENTAL DE LAS GANANCIAS b_3 Y b_4	88

ÍNDICE DE TABLAS

<u>Tabla</u>		<u>Página</u>
1-1.	Datos geométricos, físicos e inerciales del <i>HRC – AUV</i>	12
1-2.	Rendimiento en la medición del <i>GPS Garmin XL12</i>	14
2-1.	Notación utilizada para AUVs.	23
2-2.	Actuadores y entradas de control del <i>HRC – AUV</i>	34
B-1.	Valores geométricos e inerciales del <i>HRC – AUV</i>	88
B-2.	Unidades de medidas de algunos parámetros del <i>HRC – AUV</i>	88
B-3.	Términos para el cálculo de b_4	90

ÍNDICE DE FIGURAS

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
1-1. Proyectos de <i>AUV</i>	11
1-2. Arquitectura de hardware y sensorial instalada en el <i>HRC – AUV</i>	13
2-1. Sistemas de coordenadas con la definición de ángulos y velocidades.	25
2-2. Niveles de afectación de las olas en relación con la profundidad del mar.	45
3-1. Salida del modelo estimado y salida real obtenida durante el experimento.	51
3-2. Identificación del modelo de profundidad.	52
3-3. Fuerza de empuje contra velocidad.	54
3-4. Esquema utilizado para la simulación del oleaje	55
3-5. Afectación provocada por el oleaje en el plano horizontal	56
3-6. Esquema utilizado para la simulación de las corrientes marinas	56
3-7. Afectación provocada por las corrientes marinas	57
3-8. Simulación del modelo no lineal de 6 <i>GDL</i> para el seguimiento de una línea recta.	58
3-9. Maniobra tipo <i>zig-zag</i>	59
3-10. Trayectoria simulada con el modelo no lineal de 6 <i>GDL</i> en el plano $x - y - z$	60
3-11. Trayectoria simulada y real del <i>HRC – AUV</i>	60
4-1. Mecanismo de control para los timones.	63
4-2. Esquema para el control de los timones del <i>HRC – AUV</i>	63
4-3. Esquema basado en <i>PID</i> para el control de rumbo.	65
4-4. Respuesta del sistema de control <i>PI – D</i> de rumbo	65

4-5. Seguimiento de trayectoria con controlador <i>PID</i> de rumbo activado.	66
4-6. Esquema para un controlador lineal cuadrático <i>gaussiano</i>	67
4-7. Respuesta obtenida con el controlador <i>LQG</i>	69
4-8. Señal de mando del controlador <i>LQG</i>	70
4-9. Esquema para el control de profundidad basado en controladores tipo <i>PID</i>	71
4-10. Respuestas simuladas de la señal de mando, el cabeceo y la profundidad para controladores tipo <i>PID</i>	72
4-11. Respuesta obtenida con el sistema de control de profundidad activado.	73
4-12. Configuración general de un sistema de control de seguimiento.	73
4-13. Respuestas de la señal de mando, el cabeceo y la profundidad del vehículo para el control mediante realimentación de estados.	74
B-1. Identificación del modelo de profundidad.	90

LISTA DE ABREVIATURAS

<i>AUV</i>	Vehículos Autónomos Subacuáticos.
<i>ROV</i>	<i>Remotly Operated Vehicle</i> .
<i>UUV</i>	Vehículos Subacuáticos no Tripulados.
<i>NTNU</i>	Universidad Noruega de Ciencia y Tecnología.
<i>CIDNAV</i>	Centro de Investigaciones y Desarrollo Naval.
<i>GARP</i>	Grupo de Automatización, Robótica y Percepción.
<i>HRC – AUV</i>	Vehículo Autónomo Subacuático desarrollado por el <i>CIDNAV</i>
<i>PID</i>	Proporcional-Integral-Derivativo.
<i>PI – D</i>	Tipo de controlador <i>PID</i> .
<i>P</i>	Controlador Proporcional.
<i>PI</i>	Controlador Proporcional-Integral.
<i>P – D</i>	Controlador Proporcional-Derivativo.
<i>LQG</i>	Controlador lineal-cuadrático <i>Gaussiano</i> .
<i>LQR</i>	Regulador lineal-cuadrático.
<i>LQT</i>	Controlador de seguimiento lineal-cuadrático.
<i>LTR</i>	Lazo de transferencia de recuperación.
<i>GDL</i>	Grados de Libertad.
<i>2D</i>	Dos Dimensiones.
<i>Matlab</i>	<i>Matrix Laboratory</i> . Programa para realizar cálculos numéricos con vectores y matrices.
<i>UARS</i>	Vehículo desarrollado por la Universidad de <i>Washington</i> .
<i>SPURV</i>	Vehículo desarrollado por la Universidad de <i>Washington</i> .
<i>EAVE</i>	Vehículo desarrollado por la Universidad de <i>New Hampshire</i> .
<i>SKAT</i>	Vehículo desarrollado por la Academia de Ciencias de Rusia.
<i>L1</i>	Vehículo sumergible desarrollado por la Academia de Ciencias de Rusia.
<i>L2</i>	Vehículo sumergible desarrollado por la Academia de Ciencias de Rusia.
<i>UUST</i>	<i>International Symposium on Unmanned Untethered Submersible Technology</i> .
<i>FFI</i>	<i>Forsvarets Forsknings Instiutt</i> .
<i>Hugin</i>	<i>AUV</i> desarrollado por <i>Kongsberg Maritime</i> y el <i>FFI</i> de Noruega.
<i>MARES</i>	<i>AUV</i> desarrollado por la Universidad de Oporto en Portugal.
<i>REMUS</i>	<i>AUV</i> desarrollado por varias instituciones científicas de Estados Unidos.
<i>STARFISH</i>	<i>AUV</i> desarrollado por la Universidad Nacional de Singapur.
<i>DsPIC 33FJ64</i>	Microprocesador de la firma <i>Microchip</i> .
<i>IMU</i>	Unidad de Medición Inercial.
<i>MTi</i>	Unidad de Medición Inercial de la firma <i>Xsens</i> .
<i>GPS</i>	Sistema de Posicionamiento Global.
<i>XL12</i>	<i>GPS</i> de la firma <i>Garmin</i> .
<i>Cerabar T PMP 131</i>	Sensor de presión de la firma <i>Endress+Hauser</i> .
<i>MLO – POT – 225 – TLF</i>	Potenciómetro de la firma <i>Festo</i> .
<i>rpm</i>	Revoluciones por Minuto.

<i>IMO</i>	Organización Marítima Internacional.
<i>CFD</i>	<i>Computational Fluid Dynamics</i> .
<i>INS</i>	Sistema de Navegación Inercial.
<i>R – ONE</i>	<i>AUV</i> desarrollado por la Universidad de Tokio en Japón.
<i>NPS AUV II</i>	<i>AUV</i> desarrollado por el <i>Naval Postgraduate School</i> .
<i>USM – AUV</i>	<i>AUV</i> desarrollado por la <i>Universiti Sains Malasia</i> .
<i>INFANTE AUV</i>	<i>AUV</i> desarrollado por la Universidad de Oporto en Portugal.
<i>AUV Phoenix</i>	<i>AUV</i> desarrollado por el <i>Naval Postgraduate School</i> .
<i>CG</i>	Centro de Gravedad.
<i>CF</i>	Centro de Flotabilidad.
<i>OB</i>	Origen del Sistema de Referencia ubicado en el vehículo.
<i>OE</i>	Origen del Sistema de Referencia Inercial ubicado en un punto en tierra.
<i>JONSWAP</i>	<i>Joint North Sea Wave Project</i> .
<i>BF</i>	Baja Frecuencia.
<i>AF</i>	Alta Frecuencia.
<i>ident</i>	Herramienta del software <i>Matlab</i> que se utiliza en la identificación de sistemas.
<i>FIT</i>	Parámetro de Ajuste de Curva.
<i>GNC</i>	Herramienta de simulación del software <i>Matlab</i> que se utiliza en el modelado y control de vehículos marinos.
<i>TRITEX TLM30</i>	Actuador eléctrico.
<i>LOS</i>	<i>Line of Sight</i> . Algoritmo de guiado.
<i>lqtracker</i>	Función del software <i>Matlab</i> que se utiliza en el ajuste de controladores de seguimiento lineales-cuadráticos.
<i>lqe</i>	Función del software <i>Matlab</i> que se utiliza en el ajuste de un Filtro de <i>Kalman</i> .
<i>USD</i>	Dólares estadounidenses.

LISTA DE SÍMBOLOS

m	Masa.
u_0	Velocidad Crucero.
n	Revoluciones del Motor.
L	Longitud del vehículo.
R	Radio del vehículo.
I_{xx}	Momento de Inercia en el eje x .
I_{yy}	Momento de Inercia en el eje y .
I_{zz}	Momento de Inercia en el eje z .
I_{xz}	Momento de Inercia en el plano $x - z$.
BG	Distancia entre el CF y el CG .
δ_T	Ángulo de deflexión del timón horizontal.
δ_E	Ángulo de deflexión del timón vertical.
X	Fuerza que se produce a lo largo del eje x .
Y	Fuerza que se produce a lo largo del y .
Z	Fuerza que se produce a lo largo del z .
K	Momento que se produce alrededor del eje x .
M	Momento que se produce alrededor del eje y .
Z	Momento que se produce alrededor del eje z .
u	Componente de velocidad lineal del vehículo en el eje x .
v	Componente de velocidad lineal del vehículo en el eje y .
w	Componente de velocidad lineal del vehículo en el eje z .
p	Componente de velocidad angular del vehículo en el eje x .
q	Componente de velocidad angular del vehículo en el eje y .
r	Componente de velocidad angular del vehículo en el eje z .
x	Posición lineal del vehículo en el eje x .
y	Posición lineal del vehículo en el eje y .
z	Posición lineal del vehículo en el eje z .
ϕ	Ángulo de balanceo del vehículo.
θ	Ángulo de cabeceo del vehículo.
ψ	Ángulo de rumbo o guiñada del vehículo.
x_B	Coordenada x del sistema de referencia ubicado en el vehículo.
y_B	Coordenada y del sistema de referencia ubicado en el vehículo.
z_B	Coordenada z del sistema de referencia ubicado en el vehículo.
x_E	Coordenada x del sistema de referencia inercial ubicado en tierra.
y_E	Coordenada y del sistema de referencia ubicado en tierra.
z_E	Coordenada z del sistema de referencia ubicado en tierra.
ν	Vector de velocidad del vehículo.
ν_1	Vector de velocidad lineal del vehículo.
ν_2	Vector de velocidad angular del vehículo.
η	Vector de posición y orientación del vehículo.

η_1	Vector de posición lineal del vehículo.
η_2	Vector de posición angular del vehículo.
τ	Vector de fuerzas y momentos del vehículo.
τ_1	Vector de fuerzas del vehículo.
τ_2	Vector de momentos del vehículo.
$J(\eta)$	Matriz de transformación de coordenadas mediante ángulos de <i>Euler</i> .
$J_1(\eta_2)$	Matriz de rotación de coordenadas mediante ángulos de <i>Euler</i> .
$J_2(\eta_2)$	Matriz de traslación de coordenadas mediante ángulos de <i>Euler</i> .
M_{RB}	Matriz de masa del cuerpo rígido.
$C_{RB}(\nu)$	Matriz de <i>Coriolis</i> del cuerpo rígido.
τ_H	Matriz de fuerzas y momentos hidrostáticos e hidrodinámicos.
M_A	Matriz de masas añadidas del cuerpo rígido.
$C_A(\nu)$	Matriz de <i>Coriolis</i> y de masas añadidas.
$D(\nu)$	Matriz de amortiguamiento.
$g(\eta)$	Vector de las fuerzas gravitacionales y flotabilidad.
M	Matriz de inercia incluyendo las masas añadidas.
$C(\nu)$	Matriz de <i>Coriolis</i> del cuerpo rígido y de las masas añadidas.
I_0	Matriz de momentos de Inercia.
r_G	Vector que determina la ubicación del origen de <i>OB</i> con respecto al <i>CG</i> .
$I_{3 \times 3}$	Matriz identidad de orden 3.
$S(*)$	Estructura antisimétrica de un vector dado.
$X_{\dot{u}}$	Coficiente de masa añadida resultante de la aceleración lineal del vehículo en el eje <i>x</i> .
$Y_{\dot{v}}$	Coficiente de masa añadida resultante de la aceleración lineal del vehículo en el eje <i>y</i> .
$Z_{\dot{w}}$	Coficiente de masa añadida resultante de la aceleración lineal del vehículo en el eje <i>z</i> .
$K_{\dot{p}}$	Coficiente de masa añadida resultante de la aceleración angular del vehículo en el eje <i>x</i> .
$M_{\dot{q}}$	Coficiente de masa añadida resultante de la aceleración angular del vehículo en el eje <i>y</i> .
$N_{\dot{r}}$	Coficiente de masa añadida resultante de la aceleración angular del vehículo en el eje <i>z</i> .
I'_{xx}	Momento de inercia alrededor del eje <i>x</i> de un esferoide tipo.
I'_{yy}	Momento de inercia alrededor del eje <i>y</i> de un esferoide tipo.
e	Excentricidad de un esferoide.
α_0	Constante utilizada en el cálculo de las dimensiones de un esferoide tipo.
β_0	Constante utilizada en el cálculo de las dimensiones de un esferoide tipo.
$D_L(\nu)$	Matriz de términos lineales de amortiguamiento.
$D_C(\nu)$	Matriz de términos cuadráticos de amortiguamiento.
X_u	Coficiente de amortiguamiento lineal resultante de la velocidad lineal del vehículo en el eje <i>x</i> .
$X_{u u }$	Coficiente de amortiguamiento cuadrático resultante de la velocidad lineal del vehículo en el eje <i>x</i> .
Y_v	Coficiente de amortiguamiento lineal resultante de la velocidad lineal del vehículo en el eje <i>y</i> .

$Y_{v v }$	Coeficiente de amortiguamiento cuadrático resultante de la velocidad lineal del vehículo en el eje y .
Z_w	Coeficiente de amortiguamiento lineal resultante de la velocidad lineal del vehículo en el eje z .
$Z_{w w }$	Coeficiente de amortiguamiento cuadrático resultante de la velocidad lineal del vehículo en el eje z .
K_p	Coeficiente de amortiguamiento lineal resultante de la velocidad angular del vehículo en el eje x .
$K_{p p }$	Coeficiente de amortiguamiento cuadrático resultante de la velocidad angular del vehículo en el eje x .
M_q	Coeficiente de amortiguamiento lineal resultante de la velocidad angular del vehículo en el eje y .
$M_{q q }$	Coeficiente de amortiguamiento cuadrático resultante de la velocidad angular del vehículo en el eje y .
N_r	Coeficiente de amortiguamiento lineal resultante de la velocidad angular del vehículo en el eje z .
$M_{r r }$	Coeficiente de amortiguamiento cuadrático resultante de la velocidad angular del vehículo en el eje z .
φ_ϕ	Coeficiente de amortiguamiento relativo al ángulo de cabeceo.
W	Peso del vehículo.
g	Aceleración de la gravedad.
ρ	Densidad del líquido.
∇	Volumen del líquido desplazado por el vehículo.
B	Fuerza de Flotabilidad.
\mathbf{f}	Fuerzas de control provocadas por los actuadores.
\mathbf{K}	Vector de coeficientes de fuerza.
\mathbf{u}	Vector de entradas de control.
\mathbf{r}	Vector que describe el brazo del momento provocado por los actuadores.
\mathbf{T}	Matriz de configuración de los actuadores.
F_h	Fuerza de empuje del motor.
D	Diámetro de las hélices.
b_1	Coeficiente de ganancias de los actuadores.
b_2	Coeficiente de ganancias de los actuadores.
b_3	Coeficiente de ganancias de los actuadores.
b_4	Coeficiente de ganancias de los actuadores.
b_5	Coeficiente de ganancias de los actuadores.
\mathbf{v}_r	Velocidad relativa a las corrientes marinas.
$\boldsymbol{\tau}_{olas}$	Vector de fuerzas y momentos provocados por las olas.
$\zeta(x, t)$	Elevación de las crestas que se producen en una suma de componentes de onda.
λ	Longitud de onda.
k	Número de onda.
A	Amplitud de onda.
ϕ_i	Ángulo de fase aleatoria de la onda.
ω_i	Espectro de las olas.
$\Delta\omega$	Rango de frecuencia determinado.
$S(\omega)$	Función de densidad del espectro.
V	Velocidad del viento medida a 10 m sobre el nivel del mar.

l	Distancia geográfica hasta la costa.
ω_0	Frecuencia fundamental del oleaje.
σ	Parámetro constante del espectro del oleaje.
γ	Parámetro constante del espectro del oleaje.
σ_w	Constante que describe la intensidad del oleaje.
ζ	Coefficiente de amortiguamiento de las olas.
\mathbf{V}_c	Vector de velocidad de las corrientes.
α_c	Ángulo de ataque.
β_c	Ángulo de desplazamiento lateral.
\mathbf{v}_{ro}	Punto de operación del vector velocidad.
$\boldsymbol{\eta}_0$	Punto de operación del vector posición.
$\Delta \mathbf{v}_r$	Variación alrededor del punto de operación de velocidad.
$\Delta \boldsymbol{\eta}$	Variación alrededor del punto de operación de posición.
$\Delta \boldsymbol{\tau}$	Variación del vector de fuerzas y momentos.
$\hat{\mathbf{M}}$	Matriz lineal de inercia y masas añadidas del cuerpo rígido para el plano horizontal.
$\hat{\mathbf{C}}$	Matriz lineal de Coriolis del cuerpo rígido y masas añadidas para el plano horizontal.
$\hat{\mathbf{D}}$	Matriz lineal de amortiguamiento para el plano horizontal.
$\Delta \hat{\boldsymbol{\tau}}$	Variación del vector de fuerzas y momentos para el plano horizontal.
$\boldsymbol{\tau}_{lin}$	Componente lineal causado por las fuerzas de las olas.
$\boldsymbol{\tau}_{nlin}$	Componente no lineal causado por las fuerzas de las olas.
ν	Ruido presente en la medición.
N	Función descriptiva de un elemento no lineal.
a	Amplitud en el ciclo límite.
w_c	Frecuencia en el ciclo límite.
K_1	Valor de ganancia que depende de la afectación que provoca el oleaje.
K_2	Valor de ganancia que depende de la afectación que provoca el oleaje.
V_{ca}	Valor de velocidad de las corrientes.
ψ_i	Ángulo de rumbo inicial.
α_f	Intervalo de confianza para aplicar el test estadístico de <i>Kolmogorov-Smirnov</i> .
H	Hipótesis que se asume para aplicar el test estadístico de <i>Kolmogorov-Smirnov</i> .
$pvalue$	Valor de probabilidad con que se cumple la hipótesis que se asume para aplicar el test estadístico de <i>Kolmogorov-Smirnov</i> .
K_p	Ganancia Proporcional.
K_i	Ganancia Integral.
K_d	Ganancia Derivativa.
R	Matriz de ponderación de la señal de entrada en un controlador <i>LQG</i> .
R	Matriz de ponderación de la señal de error de seguimiento en un controlador <i>LQG</i> .
ψ_d	Valor deseado del ángulo de rumbo.
G_1	Ganancia del controlador de seguimiento.
G_2	Ganancia del controlador de seguimiento.
y_d	Valor deseado de la señal que se controla.
$\hat{\mathbf{x}}$	Estados estimados.
w	Señal de Ruido.
J	Índice de funcionamiento cuadrático.

K_f	Ganancia del Filtro de <i>Kalman</i> .
R_f	Matriz de covarianza de medición de ruido.
Q_f	Matriz de covarianza del disturbio.
M	Matriz de controlabilidad.

INTRODUCCIÓN

Cuba, por ser un país rodeado de mar, está obligada a potenciar el desarrollo de importantes actividades económicas como la exploración petrolera, el comercio marítimo-portuario y la pesca. Para todo esto, resulta necesario contar con una infraestructura marina de alta complejidad, en la que tienen que realizarse labores sistemáticas de mantenimiento, inspección y vigilancia. En este escenario, la utilización de Vehículos Autónomos Subacuáticos (*AUV*, por sus siglas en inglés) cobra cada vez más importancia, debido a las ventajas que reportan desde el punto de vista económico y medioambiental ([Antonelli, 2008](#)).

La familia de los vehículos subacuáticos está dividida en diferentes grupos ([Blidberg, 2001](#)). Los más sencillos de describir son aquellos que se trasladan remolcados a la parte trasera de un barco. Otra variante, son los conocidos como *Remotly Operated Vehicle (ROV)*, estos son controlados directamente por un operador remoto a través de un cable de comunicación. Un tercer grupo está compuesto por los vehículos subacuáticos no tripulados sin conexión por cable (*UUV*, por sus siglas en inglés), los cuáles portan fuente de energía, pero son controlados por un operador mediante algún tipo de comunicación remota. Por su parte, un *AUV* es un submarino que porta consigo una fuente de energía y unidad de cómputo, donde se ejecutan soluciones de software y control, que le permite cumplir misiones predefinidas sin la intervención humana ([Fjellstad, 1994](#); [Blidberg, 2001](#); [Antonelli, 2008](#)). Su principal diferencia con los *UUV* es que no requieren comunicación durante el cumplimiento de las misiones.

Los primeros *AUV* estaban limitados por el tamaño y el peso de los sistemas de cómputo que tenían a bordo, los cuáles eran consumidores de gran cantidad de energía. La década de los 80 constituye un punto de giro para la tecnología de los *AUV*, surgen unidades de cómputos pequeñas, de bajo consumo y suficiente memoria que ofrecen el potencial necesario para implementar complejos algoritmos de navegación y control, así como la posibilidad de manejar datos de sensores de forma autónoma ([Blidberg, 2001](#)). Durante la década siguiente (90), los vehículos autónomos subacuáticos se transforman de simples prototipos de sistemas operacionales a prototipos de primera generación, capaces de cumplir con objetivos bien definidos. Después del año 2000, el comercio de estos vehículos ha crecido continuamente y los primeros productos verdaderamente comercializables se han hecho realidad ([Wernli, 2000](#)).

Los *AUV* se pueden utilizar en un gran número de aplicaciones ([Fossen, 1991](#)), tales como:

- **Pruebas en estructuras submarinas:** la capacidad de estos vehículos de operar en ambientes hostiles le permiten realizar labores de inspección, mantenimiento y reparación de estructuras subacuáticas ubicadas en alta mar, que se utilizan como plataformas petroleras.
- **Estudios hidrográficos:** los *ROV* y *AUV* de bajo costo han reemplazado a los vehículos tripulados de inspección en los estudios hidrográficos que se realizan en los océanos.
- **Minería en los fondos marinos:** estos vehículos en la actualidad juegan cada vez más un papel preponderante en la agrimensura de alta mar y en el transporte de minerales subacuáticos
- **Acuicultura:** los vehículos subacuáticos pueden utilizarse como instrumentos para la observación y el estudio de peces sin afectar su comportamiento, suelen, además, ser herramientas útiles en la industria pesquera.
- **Aplicaciones militares:** son numerosas, especialmente en lo concerniente a la búsqueda subacuática y las operaciones de espionaje. Una aplicación típica lo constituye la detección de minas.

Los esfuerzos investigativos en el campo de los vehículos autónomos subacuáticos actualmente se centran en el desarrollo de las capacidades de autonomía, navegación, sensores y sistemas de comunicación, sin embargo, aun quedan importantes investigaciones por realizar y muchos problemas por resolver antes de que los *AUV* alcancen totalmente el mercado de la industria oceánica. Con ese propósito, importantes universidades de todo el mundo llevan a cabo proyectos de desarrollo de estos vehículos, destacando sobre manera los aportes realizados por los investigadores pertenecientes al *Centre for Autonomous Marine Operations and Systems*, adscrito a la Universidad Noruega de Ciencia y Tecnología (*NTNU*) (Fossen, 1991, 1994, 2002, 2006, 2011).

Otras instituciones alrededor del mundo han publicado trabajos con un alto nivel científico, entre las que se puede mencionar: la “Universidad Nacional del Sur” en Argentina (Jordán, 2008); el “Instituto de Sistemas y Robótica”, en Lisboa, Portugal (Silvestre, 2007); la “Universidad de Zagreb” en Croacia (Miskovic, 2008); la “Universidad de Newcastle” en Australia (Pérez, 2008), entre otras muchas entidades alrededor del mundo (Inzartsev, 2008; Yoshida, 2008).

En Cuba no existen antecedentes en la utilización de vehículos autónomos subacuáticos. En el año 2009 comienza a gestarse un proyecto con fines científicos, que tiene como finalidad dotar a un vehículo subacuático de capacidades tecnológicas que le permita cumplir misiones de manera autónoma. En este proyecto intervienen el Centro de Investigaciones y Desarrollo Naval (*CIDNAV*) y el Grupo de Automatización, Robótica y Percepción (*GARP*), adscrito al Departamento de Automática y Sistemas Computacionales de la *UCLV*. El *CIDNAV* diseña y construye diversos tipos de embarcaciones marinas con

excelente grado de terminación y calidad (Balaguer, 2003; Medina, 2003), pero con limitadas opciones de autonomía. La tarea a desarrollar por los miembros de *GARP*, consiste en diseñar e implementar un autopiloto para el vehículo subacuático *HRC – AUV*, perteneciente al *CIDNAV*. El autopiloto debe asegurar la realización exitosa de misiones subacuáticas de forma autónoma.

En los últimos años, el *GARP* ha acumulado experiencia en la realización de autopilotos para vehículos autónomos (Pineda Bombino, 2012; Hernández, 2013). En el caso del *HRC – AUV*, el proyecto se ha dividido en distintas líneas de trabajo, que se han desarrollado de manera simultánea y en las se han obtenido resultados importantes. El equipamiento de hardware y los sensores instalados clasifican en la gama media y baja que proporcionan sus fabricantes, lo que es complementado con soluciones ingenieriles complejas en el campo del modelado, el control y la navegación. El hardware y los sensores del *HRC – AUV* han demostrado fiabilidad y robustez en más de 30 horas de experimentos realizados con el vehículo en el mar (Martínez, 2010, 2013). Los softwares de bajo nivel y supervisorio, que se ejecutan en las distintas unidades de cómputo, cuentan con las herramientas necesarias que requiere la aplicación para el cumplimiento satisfactorio de distintas maniobras (Martínez, 2010; Rodríguez, 2011; Martínez, 2013). En cuanto al modelado y control del vehículo, se ha trabajado en aras de obtener representaciones matemáticas que sean capaces de definir, con suficiente grado de exactitud, el comportamiento dinámico del *HRC – AUV* y que además, sean útiles en el diseño de los controladores (Martínez, 2010; Hernández, 2011; Valeriano-Medina, 2011; Garcia-Garcia, 2012; Valeriano-Medina, 2013a,b; Martínez, 2013). En esta tesis se presentan los resultados que se han obtenido en esta temática. En investigaciones que se desarrollan en paralelo a esta, se diseñan, basado en los modelos dinámicos del vehículo, los algoritmos de filtrado y el sistema de navegación a implementar en el *HRC – AUV*. De estos trabajos ya se cuenta con resultados, que son alentadores y han sido publicados recientemente (Garcia-Garcia, 2012; Martínez, 2013).

La automática juega un papel importante en el desarrollo de vehículos marinos autónomos. Los avances en la tecnología de las comunicaciones y de las computadoras, de los sensores y de los sistemas de almacenamiento de energía para propulsión, están propiciando el perfeccionamiento creciente de sistemas de control aplicados a vehículos marinos (Cruz, 2012). Este desarrollo cobra aun más importancia, si se tiene en cuenta que el sistema de control es el principal encargado de asegurar el funcionamiento autónomo de un vehículo marino. Las técnicas de control aplicadas en vehículos marinos son muy diversas y abarcan desde los controladores convencionales hasta las más complejas estructuras (Cruz, 2012). La selección de la variante a implementar depende del tipo de autopiloto y del grado de exactitud que requiera la aplicación. En este campo, prácticamente todas las soluciones que se reportan en la literatura (Fossen, 1991, 1994, 2002, 2006; Sun, 2008; Khac Duc, 2009; Fossen, 2011), requieren la obtención de un modelo dinámico que sea capaz de representar

con fidelidad las características del vehículo, de ahí que el **objeto de investigación** tiene que ver con el modelado y control de vehículos marinos.

Una variante en el diseño de autopilotos, consiste en obtener un modelo dinámico no lineal y preciso del vehículo y utilizarlo como base para el ajuste de controladores no lineales. La limitante en este proceder radica en que no siempre se llega a una estructura de modelo lo suficientemente exacta para ser utilizada en el control, debido esencialmente a la presencia de parámetros que requieren ser calculados experimentalmente o utilizando poderosas herramientas computacionales. Además, los controladores no lineales imponen altas exigencias al hardware de control. Como alternativa, se utilizan controladores lineales, generalmente del tipo Proporcional-Integral-Derivativo (*PID*), cuando las exigencias de exactitud así lo permiten. Para ajustar un controlador *PID*, solo se necesita una representación lineal de la dinámica del vehículo, obtenida experimentalmente o como resultado de un proceso de linealización analítica luego de establecer las condiciones de operación. El procedimiento de linealización analítica necesita de un modelo dinámico no lineal. Por todo esto, se necesita obtener un modelo dinámico no lineal del vehículo, a partir del cual, se puedan establecer estructuras linealizadas para ser utilizadas en el diseño de esquemas de control lineales, por lo cual, el **campo de investigación** se enmarca en la obtención de modelos dinámicos para el *HRC – AUV*, a partir de los cuales, se puedan estudiar y simular los movimientos del vehículo, así como diseñar sus sistemas de control, planteándose el siguiente problema científico:

Problema científico: No se dispone de un modelo matemático que represente con suficiente exactitud las características dinámicas del vehículo subacuático *HRC – AUV*, construido por el *CIDNAV*, a partir del cual, se obtengan estructuras lineales que puedan utilizarse para diseñar los sistemas de control del vehículo.

Una vez realizada la revisión bibliográfica y confeccionado el marco teórico que se describe en el **Capítulo I**, se plantea la siguiente hipótesis:

Hipótesis: *Un modelo dinámico no lineal de seis grados de libertad para el HRC – AUV, que incluya el efecto de las perturbaciones marinas, determinado mediante la aplicación de un procedimiento de modelado analítico y semi empírico, y la realización de un conjunto de pruebas experimentales, garantiza la simulación de los movimientos del vehículo y facilita la obtención de modelos linealizados para ser utilizados en el diseño de los sistemas de control de rumbo y profundidad, con el fin de asegurar el comportamiento autónomo del sistema.*

Con esta investigación se pretende cumplir los siguientes objetivos:

Objetivo general: Determinar un modelo dinámico no lineal de seis grados de libertad, que represente las principales características dinámicas del *HRC – AUV* y los efectos de las perturbaciones marinas, con el cual se puedan simular los movimientos del vehículo y

obtener estructuras lineales útiles para el ajuste de controladores de rumbo y profundidad, así como para el diseño de observadores de estado y del sistema de navegación.

Objetivos específicos:

1. Analizar los fundamentos teóricos relacionados con el modelado y control de vehículos marinos que aparecen reportados en la literatura especializada.
2. Establecer el procedimiento a seguir para la obtención del modelo dinámico no lineal de 6 *GDL* del *HRC – AUV* incluyendo el efecto que provocan las perturbaciones marinas.
3. Calcular los modelos linealizados para los distintos subsistemas en los que se divide la dinámica del *HRC – AUV*, con el propósito de utilizarlos en el ajuste de los controladores de rumbo y profundidad, así como en el diseño de observadores de estado y del sistema de navegación.
4. Evaluar mediante simulación y pruebas en el mar el comportamiento del modelo dinámico no lineal del *HRC – AUV*.
5. Diseñar controladores lineales para el control del rumbo y la profundidad en el *HRC – AUV*, que demuestren la validez de los modelos a partir de los resultados que se alcancen en simulación y en pruebas en el mar.

Para cumplir con los objetivos del trabajo se consideran las siguientes tareas investigativas:

- Análisis de la literatura especializada, identificación y selección de las técnicas de modelado y control que pueden ser empleadas en el *HRC – AUV*.
- Descripción de las ecuaciones analíticas que caracterizan el movimiento del vehículo.
- Obtención de los modelos matemáticos a partir del estudio dinámico del *AUV*.
- Obtención de los modelos matemáticos que representan el efecto del oleaje y las corrientes marinas.
- Cálculo de los parámetros y coeficientes que forman parte del modelo no lineal, así como de las estructuras lineales.
- Simulación del modelo no lineal del *HRC – AUV* y de las ecuaciones que representan las perturbaciones marinas.
- Evaluación del comportamiento del modelo dinámico no lineal del *HRC – AUV*, comparando los resultados obtenidos en simulación y en pruebas realizadas en el mar.
- Ajuste de los distintos controladores lineales de rumbo y profundidad a partir de los modelos linealizados.
- Evaluación de los diseños realizados, luego de comparar los resultados obtenidos en simulación y en pruebas realizadas en el mar.

La **novedad científica** del trabajo consiste en haber obtenido un conjunto de modelos dinámicos semi-empíricos, no lineal y linealizados, para utilizarlos en el diseño de los sistemas de control de un vehículo subacuático, aplicando para ello un procedimiento que

utiliza los datos geométricos, inerciales y experimentales del vehículo y tiene en cuenta el efecto de las perturbaciones marinas.

Como principales métodos de investigación empleados, se mencionan: el **método hipotético-deductivo**, al elaborar la hipótesis de investigación a partir de los resultados derivados de la revisión bibliográfica y confección del marco teórico; el **método sistémico**, al relacionar varias problemáticas para obtener una más amplia y las soluciones correspondientes, aplicándose procedimientos de modelado y simulación para conocer y evaluar las relaciones cinemáticas y dinámicas que se establecen entre los diversos elementos del sistema; el **método lógico-inductivo**, al estudiar y evaluar los casos particulares de vehículos autónomos subacuáticos para llegar a conocimientos generales que se relacionan y aplican en el *AUV* bajo estudio; el **método de modelado**, para desarrollar los modelos matemáticos semi-empíricos del vehículo, las relaciones entre variables y representación dinámica del comportamiento del sistema; y finalmente el **método experimental**, al efectuar las pruebas experimentales para comprobar y fundamentar los estudios realizados, así como para validar las expresiones analíticas obtenidas y evaluar el desempeño del sistema.

Contribución teórica

- Modelos del *HRC – AUV* validados estadísticamente con el test de *Kolmogorov-Smirnov*, que logran representar el comportamiento dinámico del vehículo y que son determinados a partir de la evaluación y sistematización de un procedimiento de modelado, analítico y semi empírico, que explota las características físicas del vehículo y la realización de un conjunto de pruebas experimentales ([Valeriano-Medina, 2013b](#)).

Contribución metodológica

- Utilización del procedimiento de simulación, a partir del empleo de las herramientas del software *Matlab*, para evaluar el desempeño del sistema y validar las expresiones analíticas obtenidas ([Valeriano-Medina, 2011, 2013b](#)).

Contribuciones prácticas

- El conjunto de pruebas experimentales realizadas a gran escala con el vehículo en el mar, que permiten determinar los valores numéricos de los parámetros hidrodinámicos y del vector de entradas del control, los cuales forman parte de las estructuras de los modelos del *HRC – AUV* ([Valeriano-Medina, 2013b](#)).
- Controlador *PI – D* en función de autopiloto, implementado en microcontroladores empujados de bajo costo, con acertadas prestaciones en el control del rumbo y en el seguimiento de rutas previamente definidas ([Valeriano-Medina, 2011, 2013b,a](#)).

El informe está formado por la introducción, el desarrollo organizado en cuatro capítulos, las conclusiones, seguido de las recomendaciones relativas a investigaciones futuras, y finalmente, las referencias bibliográficas y anexos.

Capítulo 1: se realiza una descripción general del vehículo *HRC – AUV*, se efectúa un análisis de los aspectos principales relacionados con el modelado y control de vehículos marinos, abarcando los fundamentos teóricos básicos en sistemas de este tipo. Se aborda el marco teórico, con un enfoque dirigido a concebir el planteamiento de la hipótesis de la tesis sobre la base de la revisión bibliográfica. Por último, se realiza una evaluación crítica de los procedimientos de modelado y de los esquemas de control aplicados en vehículos subacuáticos.

Capítulo 2: se realiza una descripción detallada del modelado no lineal de un vehículo subacuático en los seis grados de libertad. Se define la nomenclatura, sistemas de coordenadas y variables a emplear. Las ecuaciones no lineales se presentan en forma compacta, para ser utilizadas luego en simulación. Se aborda en detalle los procedimientos para modelar los términos del cuerpo rígido, hidrodinámicos, hidrostáticos y los actuadores. Se incluyen además, ecuaciones simplificadas para modelar las olas y las corrientes marinas. El modelo no lineal se desacopla y linealiza con el objetivo de obtener representaciones dinámicas más sencillas, que puedan ser utilizadas en el diseño de los sistemas de control del vehículo, de observadores de estado y del sistema de navegación.

Capítulo 3: se presentan los datos geométricos, inerciales y experimentales del vehículo, a partir de los cuales, se calculan los valores numéricos de los coeficientes que conforman las estructuras de los modelos, no lineal y lineales, del *HRC – AUV*. Se describen cada uno de los experimentos realizados, con el objetivo de calcular varios de los parámetros dinámicos que forman parte del modelo. El modelo no lineal de 6 *GDL* se evalúa mediante procedimientos de simulación y posteriores pruebas experimentales.

Capítulo 4: comienza abordando los lazos de control que se utilizan en los actuadores. Se diseñan las estrategias de control desacopladas, de rumbo y profundidad, utilizando las expresiones linealizadas. A partir de la función de transferencia, que relaciona el rumbo con la variación angular del timón horizontal, se diseña un controlador *PI – D* que funge como autopiloto y se prueba en el seguimiento de caminos. Su efectividad se evalúa mediante simulación y en pruebas experimentales. Por su parte, el modelo lineal en espacio de estado del subsistema lateral se utiliza para diseñar un controlador lineal-cuadrático *Gaussiano (LQG)*, cuyo comportamiento se evalúa mediante simulación. En el caso del control de profundidad, se analiza mediante simulación y pruebas experimentales el diseño realizado de un esquema en cascada con controladores *P* y *P – D*. El modelo lineal, en espacio de estado del subsistema longitudinal, se utiliza para diseñar un controlador mediante realimentación de estados, cuyo comportamiento se evalúa mediante simulación. Por último, se presenta el análisis económico de la investigación.

CAPÍTULO 1

ESTUDIO SOBRE LA APLICACIÓN DE TÉCNICAS DE MODELADO Y CONTROL EN VEHÍCULOS MARINOS.

1.1. Introducción.

En este capítulo se incursiona en los aspectos principales relativos al modelado y control de vehículos marinos. Se aborda el marco teórico, con un enfoque dirigido a concebir el planteamiento de la hipótesis de la tesis sobre la base de una actualizada revisión bibliográfica. Adicionalmente, se realiza una descripción física del vehículo que constituye el objeto de estudio de esta investigación, así como del equipamiento electrónico y sensorial que tiene instalado. Finalmente, se evalúan críticamente los procedimientos de modelado y las estrategias de control que se aplican en vehículos marinos.

1.2. Evolución y desarrollo de los *AUV*

El término embarcaciones marinas incluye barcos, embarcaciones de alta velocidad, semi-sumergibles, plataformas flotantes, submarinos, vehículos subacuáticos operados remotamente y autónomos, torpedos y otras estructuras propulsadas y energizadas que operen en el mar ([Fossen, 2011](#)).

Los vehículos autónomos subacuáticos (*AUV*, por sus siglas en inglés) constituyen el tema de interés de esta investigación. Un *AUV* es un submarino que porta consigo una fuente de energía y unidad de cómputo, donde se ejecutan soluciones de software y control, que le permite cumplir misiones predefinidas sin la intervención humana ([Fjellstad, 1994](#); [Blidberg, 2001](#); [Antonelli, 2008](#)). Los *AUV* son vehículos relativamente pequeños, auto-propulsados y no tripulados, que pueden operar totalmente bajo agua, lejos del alcance del algún centro de control y comunicación ([Fernandes, 2003](#)). Usualmente se pre-programan para ejecutar variadas misiones subacuáticas y pueden ser lanzados y recuperados en zonas bajas de la costa o en mar abierto. Típicamente tienen forma cilíndrica, de 2 a 10 m de longitud y de 0.2 a 1.3 m de diámetro. La mayor parte del espacio interno del *AUV* es ocupado con las fuentes de energía y propulsión, así como con la instrumentación necesaria para el control. Estos vehículos, en su gran mayoría, operan hasta los 200 m de profundidad, llegando incluso algunos hasta los 5000 m.

Se plantea que la primera idea de una máquina subacuática se le ocurrió a Aristóteles; según ha trascendido, él construyó la embarcación *Shaphe Andros*, que de acuerdo con la orden emitida por Alexander III de Macedonia, debía permanecer sumergida medio día durante la guerra de Tiro en el año 325 antes de nuestra era (ane). Probablemente se trate de algo incierto, si se tiene en cuenta que la ley de Arquímedes fue articulada en el año 250 ane (Antonelli, 2008). Leonardo Da Vinci fue el primero en diseñar un vehículo subacuático. Da Vinci trabajó en la idea de un vehículo subacuático militar, pero él mismo destruyó los resultados al pensar en los daños que podría provocar (Antonelli, 2008).

Las ideas continuaron y en 1879 *George W. Garret* diseñó el vehículo “*Resurgam*”, el cual es considerado como el primer submarino energizado y utilizable en la práctica (Blidberg, 2001). La embarcación logró navegar más de 10 horas en un depósito de agua sellado. Luego de estos primeros intentos, han sido desarrollados muchos más vehículos que han cumplimentado diferentes tareas. A partir de estos submarinos se originaron los torpedos, que constituyen el antecedente más cercano de los primeros AUV.

Entre 1970 y 1980 comienzan a incrementarse las investigaciones con vistas a analizar las potencialidades que podrían ofrecer los AUV (Gorset, 2007). En esta etapa, la Universidad de *Washington* desarrolló los vehículos *UARS* y *SPURV*, utilizados en la recolección de datos en las regiones del ártico. El *Marine Systems Engineering Laboratory*, perteneciente a la Universidad de *New Hampshire*, puso en operación el vehículo *EAVE*, en conjunto con la Marina de Estados Unidos. En Europa, el *Institute of Marine Technology Problems*, perteneciente a la Academia de Ciencias de Rusia, comenzó a desarrollar su proyecto de AUV con el vehículo *SKAT*, así como los primeros AUV sumergibles, los *L1* y *L2*. Esta fue una etapa de experimentación en pos de encontrar las potencialidades definitivas de estos vehículos (Blidberg, 2001).

Los años 80 constituyen para los vehículos autónomos subacuáticos una etapa de desarrollo de prototipos (Blidberg, 2001; Fernandes, 2003). Los prototipos fueron desarrollados, probados y utilizados. Se sucedieron un número de avances tecnológicos importantes que incidieron grandemente en el desarrollo de los AUVs. La aparición de computadoras pequeñas, con bajo consumo de energía y mayor memoria, ofrecía la posibilidad de implementar complejos algoritmos de guiado y control en estos vehículos. En 1980 se realiza la primera edición del “*International Symposium on Unmanned Untethered Submersible Technology*” (*UUST*) en *New Hampshire*, Estados Unidos. Solo 24 especialistas en esta tecnología participaron en el evento. Sin embargo, ya en 1987 la asistencia aumentó a más de 320 personas en representación de 100 compañías, 20 Universidades y 20 Agencias. Un total de 9 países estuvieron representados en este evento. Varios programas de investigación se iniciaron, lográndose un importante financiamiento para el desarrollo de prototipos. Esta etapa ciertamente constituyó un punto de giro para la tecnología de los

AUV, se pudo demostrar que podían ser sistemas operacionales, pero todavía quedaban por definir las tareas que debían cumplir (Blidberg, 2001).

La década del 90, tuvo como característica, la definición de las misiones que debían cumplir los vehículos autónomos subacuáticos (Blidberg, 2001; Fernandes, 2003). La ampliación del financiamiento para el desarrollo de la tecnología y la puesta en operación de varios *AUV* en el mundo, también matizaron esta etapa. Por ejemplo, el vehículo *MIT Oydessy*, logró realizar varias inspecciones oceanográficas y el *Theseus*, cumplimentó una misión de 350 km para instalar un cable de fibra óptica bajo un mar helado. Por su parte, el vehículo *Ocean Explorer* cumplimentó varias misiones que tuvieron como propósito medir la turbulencia oceánica (Fernandes, 2003). En esta década se pudieron identificar y establecer nuevas funciones para los *AUV* y se dieron los primeros pasos para convertir a esta tecnología en un producto comercializable (Blidberg, 2001).

Lograr incrementar las ventas y conseguir los primeros productos verdaderamente comerciales, han sido los propósitos que han caracterizado el desarrollo de los *AUV* después del año 2000 (Wernli, 2000). Los *AUV* han abandonado el ámbito académico e investigativo y se han introducido en el mundo comercial como un flujo importante de la industria oceánica. En el 2001 se hizo pública una lista que contenía un total de 75 *AUV* operativos alrededor del mundo (Fernandes, 2003), mientras en el 2008 la cifra ya era de cerca de 200 (Antonelli, 2008). Varias compañías ofertan comercialmente estos vehículos, por ejemplo, en la industria petrolera y gasífera se reconoce que con el empleo de estos vehículos se logra reducir los costos hasta en un 30 %.

Existen un gran número de *AUV* operativos reportados en la literatura que han sido diseñados con fines comerciales, militares o científicos. En la Figura 1-1 se presentan las imágenes de los vehículos autónomos subacuáticos que a continuación se detallan.

AUV Hugin (Figura 1-1 (a)): Es un producto desarrollado por *Kongsberg Maritime* y *Forsvarets Forsknings Institutt (FFI)* de Noruega. Se emplea en el mapeo de alta precisión del fondo marino, así como en la vigilancia y la detección de minas. La comunicación con la superficie se realiza mediante señales acústicas y cuenta con una arquitectura de hardware y un conjunto de sensores de altas prestaciones. Este vehículo opera en zonas con profundidad que van desde los 3000 hasta los 4500 m. En el 2007 se reportaba que 6 vehículos pertenecientes a la familia de los *Hugin* operaban sin problemas en distintas zonas del planeta (Gorset, 2007). Los *AUV Hugin* se utilizan como objeto de comparación para el proyecto *HRC – AUV*, esto tiene que ver con las semejanzas que existen en cuanto a la estructura física de ambos *AUV* y las similitudes de las metodologías aplicadas en el modelado, el diseño de autopilotos y los sistemas de navegación (Hegrenæs, 2007). No obstante, es importante aclarar, que existen marcadas diferencias en cuanto al equipamiento electrónico y sensorial instalado en estos vehículos.

AUV MARES (Figura 1-1 (b)): El proyecto *MARES* es llevado a cabo por la Universidad de Oporto en Portugal. Se trata de un *AUV* de 1.5 m de largo, diseñado y construido por *Ocean Systems Group*. El vehículo puede ser programado para seguir trayectorias predefinidas y puede navegar hasta una profundidad de 100 m. La velocidad de avance varía de 0 a 2 m/s (Cruz, 2008; Matos, 2008).

AUV REMUS (Figura 1-1 (c)): Los *AUV REMUS* son el fruto del programa de cooperación que envuelve al *Naval Oceanographic Office*, la *Office of Naval Research* y al *Woods Hole Oceanographic Institution (WHOI)*, todos de Estados Unidos. Se utilizan en el mapeo del fondo marino, el monitoreo ambiental y en operaciones de búsqueda y rescate. La profundidad en que operan ha variado de un vehículo a otro, el *REMUS 6000* puede navegar a 6000 m de profundidad (Rodríguez, 2011).



(a) *AUV Hugin*



(b) *AUV MARES*



(c) *AUV REMUS*

Figura 1-1: Proyectos de *AUV*

En Cuba no se reporta la utilización de esta tecnología. El proyecto *HRC-AUV* constituye un primer intento que realiza el país en pos de lograr el desarrollo de vehículos marinos autónomos.

1.3. Descripción general del *HRC – AUV*

El desarrollo de un vehículo autónomo implica solucionar un conjunto de retos por parte del equipo de investigación. En el caso del *HRC – AUV*, los objetivos a alcanzar se relacionan a continuación (Martínez, 2013):

- Diseño de un vehículo capaz de realizar amplios desplazamientos para cumplimentar labores de supervisión y exploración en la plataforma marina.
- Método de navegación con la menor dependencia posible de factores externos.
- El *AUV* debe ser capaz de operar en varios modos de trabajo.
- Las estrategias de control del vehículo deben estar basadas en diseños clásicos de alta fiabilidad.
- La arquitectura de hardware debe ser sencilla, de bajo costo y basada en dispositivos de fácil adquisición y mantenimiento.
- El software a los distintos niveles de la arquitectura de hardware debe ponderar la funcionalidad, con un carácter modular que permita su rápido despliegue y puesta a punto.

El diseño mecánico y la construcción naval del *HRC – AUV* corre a cargo del Centro de Investigaciones y Desarrollo Naval (*CIDNAV*). Como resultado de su labor, se cuenta con un vehículo con alto grado de simetría y con forma cilíndrica, cuya estructura es similar al *Hugin 4500* (Hegrehaes, 2007) y al *STARFISH* (Sangekar, 2008). El sistema de actuadores está compuesto por un propulsor y dos timones de control, uno para el rumbo y otro para la profundidad, ubicados en la parte trasera del vehículo y accionados eléctricamente (Martínez, 2010). El *HRC – AUV* puede operar de forma segura hasta profundidades de 10 m, con tres modos de operación fundamentales: teledirección para las misiones en superficie, autopiloto con los lazos de control activados para seguir los valores deseados de rumbo y profundidad, y un tercer modo para el seguimiento de trayectorias. Los datos geométricos, físicos e inerciales del vehículo aparecen en la Tabla 1–1.

Tabla 1–1: Datos geométricos, físicos e inerciales del *HRC – AUV*

Parámetros	Descripción	Valor
m	masa	4094.56 kg
u_0	velocidad crucero	1.9 m/s
n	revoluciones del propulsor	52.36 rad/s
L	largo	9.46 m
R	radio	0.4 m
I_{xx}	momento de inercia	450.1 kgm ²
I_{yy}	momento de inercia	21 010.4 kgm ²
I_{zz}	momento de inercia	20 816 kgm ²
I_{xz}	momento de inercia	275.44 kgm ²
BG	distancia entre el <i>CG</i> y el <i>CF</i>	[0, 0, 22 mm] ^T
δ_T	ángulo de deflexión del timón horizontal	± 30°
δ_E	ángulo de deflexión del timón vertical	± 30°

En la Figura 1-2 se presenta el esquema donde aparece el hardware y los elementos del sistema sensorial instalado en el *HRC – AUV*. Esta estructura tiene dos segmentos claramente definidos: la estación instalada a bordo del submarino y la estación remota, esta última puede ubicarse en tierra firme o en una embarcación acompañante.

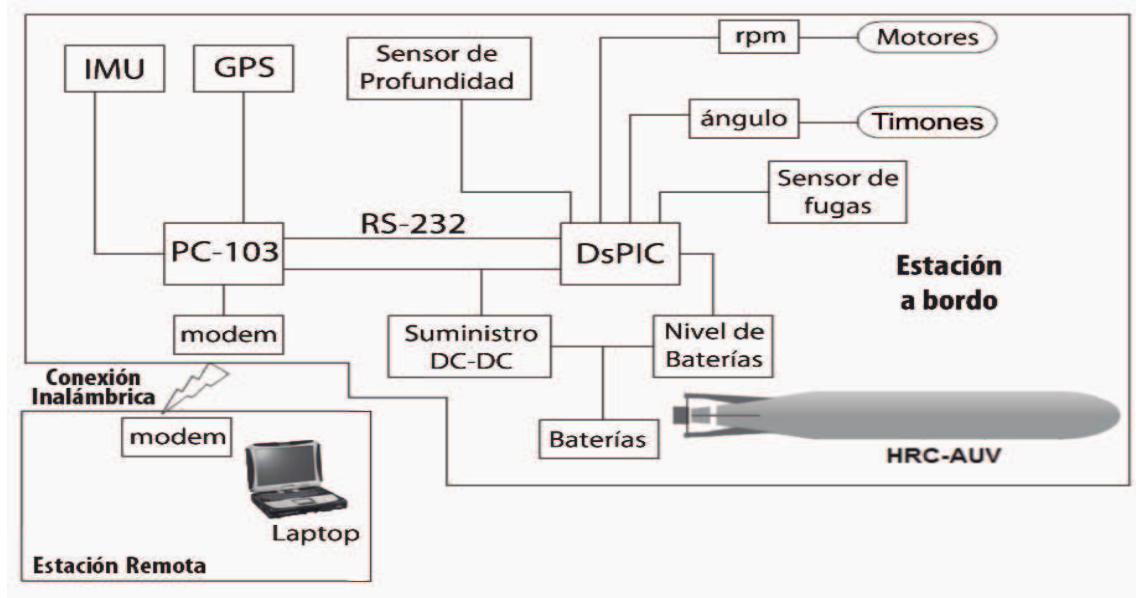


Figura 1-2: Arquitectura de hardware y sensorial instalada en el *HRC – AUV*.

El segmento a bordo está compuesto por dos unidades de cómputo y una unidad de potencia. Las unidades de cómputo son: una computadora industrial *PC – 103* y un sistema empujado basado en dos *DsPIC 33FJ64* de la firma *Microchip*[®]. Estas dos unidades se dividen el trabajo de adquisición de datos desde los sensores y las tareas de navegación y control, resultando en la siguiente asignación de tareas ([Martínez, 2010](#)):

Unidad *DsPIC*: Maneja todas las mediciones analógicas relacionadas con: profundidad, ángulo de timones, parámetros de propulsión, nivel de baterías y sensores de fugas. En esta unidad se ejecutan los algoritmos de control de rumbo y profundidad del *AUV*.

Unidad *PC – 103*: En esta unidad es donde se ejecuta el algoritmo de navegación, es la encargada de estimar la posición y actitud del vehículo, maneja los históricos y administra la comunicación con la estación remota.

Unidad de potencia: Está compuesta por un bloque *CD – CD* que brinda todos los voltajes requeridos por la arquitectura de hardware del *AUV*.

El segmento remoto está integrado por una *laptop* donde se ejecuta el sistema de supervisión y configuración del *AUV*. La *laptop* utiliza un dispositivo de comunicaciones inalámbricas y antenas apropiadas para el intercambio de datos durante las misiones siempre y cuando el vehículo se encuentre navegando en superficie.

Los sensores instalados en el *HRC – AUV* son de bajo costo y pueden ser agrupados en las siguientes categorías ([Martínez, 2013](#)):

- Unidad de Medición Inercial (*IMU*): *MTi* de la firma *Xsens*[®]. Esta unidad contiene arreglos 3D de acelerómetros, giróscopos y magnetómetros. Se utiliza para determinar con precisión la actitud del vehículo en tiempo real.
- *GPS*: *XL12* de la firma *Garmin*[®], sensor digital. Brinda información precisa de la posición del vehículo dada en latitud, longitud y altura. Se emplea solamente durante la navegación en superficie. Las mediciones de este sensor se toman como patrón en esta investigación. Por esta razón en la Tabla 1-2 se presentan los datos relacionados con la exactitud de este elemento de medición.
- Sensor de profundidad: *Cerabar T PMP 131* de la firma *Endress + Hauser*[®], sensor analógico. Es usado para determinar la profundidad a la que opera el *AUV*.
- Sensor de nivel de baterías: sensor analógico. Este sensor realiza una estimación del estado de las baterías, basado en los niveles de voltaje y corriente entregados al sistema.
- Sensores de fuga: sensor digital. Se emplea con el objetivo de detectar la presencia de agua en el vehículo. Estos sensores se encuentran localizados en el fondo del casco en proa y popa.
- Ángulo de los timones: *MLO – POT – 225 – TLF* de la firma *Festo*[®], sensor analógico. Este sensor mide la posición angular de los timones horizontal y vertical.
- Revoluciones del motor: sensor digital. Mediante este sensor se obtienen las revoluciones (*rpm*) del motor.

Tabla 1-2: Rendimiento en la medición del *GPS Garmin XL12*

Parámetros	Valor
Error <i>RMS</i> (63 %)	5.1 <i>m</i>
Error medio	4.4 <i>m</i>
Error Circular Probable (<i>CEP</i> 50 %)	4.0 <i>m</i>
Error Circular Probable (<i>CEP</i> 95 %)	9.0 <i>m</i>

El sistema software ejecutado en la estación remota se utiliza como herramienta de supervisión y configuración a distancia del *HRC – AUV*. Esta aplicación incorpora interfaces gráficas diseñadas apropiadamente para facilitar la interacción remota con el vehículo. Entre los servicios que ofrece este software destacan:

- Servicio de supervisión: Mediante este servicio el usuario puede visualizar las diferentes variables que representan el estado del vehículo y monitorear la navegación en superficie del *HRC – AUV*.
- Servicio de tele-operación: Mediante este servicio el usuario puede manejar remotamente el vehículo. La tele-operación se realiza cambiando remotamente el ángulo de deflexión del timón horizontal. A través de este servicio se puede encender y apagar el motor propulsor.

- Servicio de identificación: Este servicio se utiliza para obtener datos experimentales que son utilizados en la determinación de un modelo para el subsistema lateral y un modelo para el subsistema longitudinal.
- Servicio para el ajuste de los controladores: Permite cambiar los valores de las ganancias de los controladores de rumbo y profundidad. La interfaz incorpora gráficas que sirven para evaluar el desempeño del vehículo ante un ajuste determinado, ofrece opciones para activar o desactivar lazos de control y permite configurar los valores deseados para los lazos de rumbo y profundidad.
- Servicio para la planificación de trayectorias: La aplicación cuenta con una interfaz que permite la planificación de trayectorias a través de mapas georeferenciados. El proceso de planificación se realiza situando puntos de paso sobre el mapa. Estos puntos constituyen los lugares por los que se desea que pase el vehículo. Adicionalmente, se pueden emitir las órdenes de inicio y parada de la misión de seguimiento.

Todos estos servicios se actualizan mediante el enlace inalámbrico, lo cual solo es posible cuando el *AUV* se encuentra en la superficie.

Esta es la arquitectura de hardware y sensorial que respalda la realización de pruebas experimentales y el cumplimiento de misiones con el *HRC – AUV*, su desempeño ha sido probado satisfactoriamente durante más de 30 horas de funcionamiento continuo (Martínez, 2010, 2013).

1.4. Técnicas aplicadas en la determinación de modelos de vehículos marinos

La obtención de un modelo matemático que describa adecuadamente el comportamiento dinámico del vehículo marino, constituye una tarea indispensable y compleja. De la exactitud y precisión que se logre en el modelo, depende en gran medida el cumplimiento satisfactorio de las misiones que se le asignen al vehículo.

Los movimientos de una embarcación marina se encuentran afectadas por el viento, las olas y las corrientes marinas (Fossen, 2011). Este hecho añade una complejidad distinta a la de los vehículos de superficie o aéreos, de modo que, además de las ecuaciones dinámicas de un sólido rígido, hay que tener en cuenta los efectos hidrostáticos e hidrodinámicos (Cruz, 2012). Las ecuaciones de movimiento son utilizadas para simular barcos, embarcaciones de alta velocidad, vehículos submarinos y estructuras flotantes, y diseñar sus correspondientes controladores.

El modelado de vehículos marinos requiere la determinación de los coeficientes que expresan las relaciones lineales y no lineales de las fuerzas y momentos que actúan sobre la embarcación y sus actuadores. Los modelos dependen fuertemente del tipo de vehículo y de las maniobras para las que se diseña el control (Cruz, 2012). La organización marítima internacional (*IMO*) define un conjunto de maniobras para clasificar las características de maniobrabilidad de una embarcación. Estas maniobras se utilizan, en muchos casos,

para identificar modelos que describan dichos comportamientos y para diseñar vehículos que los cumplan, también para diseñar controladores que permitan manejar el barco de forma automática teniendo en cuenta sus características (Cruz, 2012). Las maniobras características son: giro en círculo, maniobra de *zig-zag*, capacidad de parada, maniobra de *pull-out*, maniobra de espiral directa o espiral de *Dieudonné* y maniobra de espiral reversa o espiral de *Bech* (Fossen, 2011).

Existen distintos procedimientos para determinar los parámetros de los modelos de los vehículos marinos y todos suponen un modelo matemático del vehículo (Cruz, 2012):

- Experimentación con modelos a escala.
- Métodos analíticos y semi empíricos.
- Métodos numéricos de dinámica de fluidos (*CFD*).
- Métodos de identificación.

Estos procedimientos no son excluyentes entre sí y pueden utilizarse de forma combinada para determinar todos los parámetros del modelo.

La experimentación con embarcaciones a escala se puede realizar con o sin restricciones en sus movimientos. En el primer caso se realizan en instalaciones apropiadas construidas para dicho fin (Skjetne, 2004), donde el vehículo es arrastrado y se miden las fuerzas, velocidades y aceleraciones resultantes. A partir de dichas medidas, mediante análisis de regresión o identificación paramétrica, se determinan los parámetros característicos del movimiento del vehículo. En las pruebas sin restricciones existe más libertad en los movimientos a los que se puede someter al vehículo y se utilizan técnicas de identificación de sistemas para determinar aquellos parámetros que mejor ajustan el modelo a las maniobras realizadas (Fossen, 1995; Polo, 2001). Estos experimentos se realizan en estanques artificiales, o en entornos naturales como lagos, pantanos, mar y otros.

Los métodos analíticos y semi empíricos (Fossen, 1994, 2002; Jakuba, 2003; Hegrehaes, 2007; da Silva, 2007; Isiyel, 2003; Barros, 2008; Fossen, 2011) se basan en modelos analíticos obtenidos mediante principios físicos junto con valores numéricos determinados mediante experimentos o cálculo numérico. Este método sólo es aplicable en aquellos casos en que el elemento a modelar es similar a aquel que se toma como referencia (Cruz, 2012). Con el objetivo de aprovechar al máximo las propiedades físicas del vehículo, el profesor e investigador noruego *Thor I. Fossen* recomienda utilizar las ecuaciones clásicas que definen el modelo de un robot, para obtener un modelo compacto de 6 *GDL* en forma vectorial que represente los movimientos de las embarcaciones marinas (Fossen, 1991, 1994, 2002, 2011). No todos los coeficientes pueden determinarse por vía analítica, es por ello que los métodos de modelado analíticos y semi empíricos necesitan combinarse con otras técnicas, para poder encontrar los valores numéricos de esos parámetros.

Los métodos *CFD* (Kim, 2003; Stern, 2013), o métodos basados en aproximaciones numéricas de la dinámica de fluidos, están teniendo un gran auge debido a la mejora en los algoritmos y la potencia de cálculo de las computadoras. El procedimiento consiste en determinar el campo de flujo del fluido en los movimientos del vehículo y a partir de este se deducen las presiones que el fluido ejerce sobre la parte sumergida del cuerpo, así como las fuerzas y los momentos que de ellas se derivan.

La identificación de sistemas para simulación, o para diseño de controladores de vehículos marinos se inicia en los años 70, y desde entonces viene siendo un tema de investigación activo (Cruz, 2012). Varias son las estructuras que se obtienen mediante identificación experimental para luego utilizarse en el posicionamiento dinámico de un barco (Fossen, 1996; Blanke, 2006). Otros autores utilizan técnicas avanzadas de identificación como conjuntos difusos y redes neuronales (Chang, 2003; Hassanein, 2011) para encontrar modelos que puedan ser útiles en el diseño de controladores. Lo cierto es que las técnicas de identificación experimental son empleadas en la mayoría de los procesos de modelado que se realizan en vehículos marinos.

Para determinar los modelos dinámicos del *HRC – AUV* se utiliza un procedimiento analítico y semi empírico. Este procedimiento utiliza varios de los postulados teóricos propuestos por Fossen (Fossen, 1991, 1994, 2002, 2011) y se complementa con un conjunto de experimentos que se realizan con el vehículo en el mar, que permiten calcular usando técnicas de identificación, aquellos coeficientes que, dada su complejidad, no pueden ser obtenidos por la vía analítica.

1.5. Técnicas de control aplicadas en vehículos marinos

El control de vehículos marinos se inicia con la primera patente de *Elmer Sperry* en el año 1914 de un sistema automático de seguimiento del rumbo o autopiloto. El diseño se basaba en la brújula giroscópica que había patentado en 1911. En 1922, *Minosky* introdujo las propiedades de los controladores con las acciones Proporcional, Integral y Derivativa (*PID*) (Cruz, 2012). Desde entonces se han ido utilizando distintas tecnologías de control en los vehículos marinos.

Actualmente un sistema de control del movimiento contiene los tres sistemas básicos de todo vehículo móvil: sistema de guiado, sistema de navegación y sistema de control (Fossen, 2011). El sistema de guiado tiene como objetivo proporcionar de forma continua al controlador el estado de las referencias necesarias (posición, velocidad y aceleración) para que el vehículo recorra la ruta precisa. Admite la entrada por un operador de parámetros y puntos de referencia de la ruta y la entrada de información sobre el estado del vehículo procedente del sistema de navegación (Fossen, 2011; Cruz, 2012). El sistema de navegación se encarga de determinar la posición y orientación, así como el curso y la distancia del recorrido, o en muchos casos, también determina la aceleración y velocidad de operación

del móvil. El sistema de control tiene a su cargo la función de proporcionar las fuerzas de control y momentos necesarios con el fin de satisfacer un cierto objetivo de control. El objetivo de control deseado en muchas ocasiones se aprecia en conjunto con el sistema de guiado. Ejemplos de objetivos de control lo constituyen: minimizar el consumo de energía, regulación de un punto de ajuste, controlar una trayectoria, seguir un camino y realizar maniobras controladas. La implementación de un algoritmo de control implica el diseño de leyes de control realimentadas y anticipatorias. Las salidas del sistema de navegación se utilizan como señal realimentada para el control (Fossen, 2011).

Un autopiloto es la forma más básica de un sistema de control del movimiento. El objetivo del autopiloto es hacer que la embarcación siga una ruta determinada a una cierta velocidad. En la actualidad los autopilotos controlan tanto el mantenimiento de un rumbo como el cambio de éste, además, admiten diversos modos de funcionamiento (Cruz, 2012): i) modo manual; ii) modo de dirección, en que se especifica el ángulo con respecto a un sistema geográfico; iii) modo rumbo, que se refiere al ángulo que el vector velocidad del vehículo debe mantener; iv) modo punto de paso, en el que el controlador debe llevar la embarcación a un punto determinado; v) modo ruta, en el que el vehículo debe seguir un camino indicado.

En el modo ruta hay que diferenciar entre el seguimiento de un camino (*path following*), en el que la embarcación debe converger a un camino sin una especificación temporal, y el control de una trayectoria (*trajectory tracking*), en el que se requiere que el vehículo marino alcance y siga un camino parametrizado en el tiempo. Por otra parte, el control de maniobras (*maneuvering control*) se refiere al hecho de conseguir que el vehículo converja a un camino, y a la vez, se fuerza a la velocidad a que también converja a un determinado valor (Cruz, 2012).

Existen muchos tipos de controladores cuyos diseños se basan bien en modelos lineales o en no lineales y que utilizan distintas estrategias de control, siendo una de las más utilizadas el control *PID* (Fossen, 1994; Jalving, 1995; Kim, 2002; Fossen, 2002; Jakuba, 2003; Fossen, 2011). En el vehículo *NDRE – AUV* se utilizan las acciones proporcional y derivativa para controlar el rumbo y la profundidad (Fossen, 1994; Jalving, 1995). Los lazos de control se diseñan a partir de funciones de transferencias obtenidas luego de simplificar el modelo dinámico del vehículo. De acuerdo con los autores, no se incluye acción integral teniendo en cuenta que el error en estado estable que provocan las perturbaciones ante la ausencia de este efecto no es apreciable si se le compara con la saturación que incorpora la acción integral sobre los actuadores. El *AUV R – One* es otro de los vehículos donde se aplican esta técnica de control (Kim, 2002). En este caso se recomienda utilizar la señal de variación del ángulo de guiñada como realimentación del control de rumbo que se propone y la señal de variación del ángulo de cabeceo en el caso del control de profundidad. En vehículos marinos de superficie también se controla el rumbo con controladores tipo *PID*.

El control mediante la realimentación de estados de modelos lineales también se utiliza en los vehículos marinos (Radzak, 2005; Geridönmez, 2007; Budiyo, 2009). En estos casos se aprovecha la representación dinámica mediante ecuaciones de estados para diseñar una ley de control capaz de cumplir con los requisitos de desempeño. Un control de profundidad con realimentación de estados ha sido diseñado para el *NPS AUV II*, cuyos resultados de simulación demuestran la validez de la propuesta (Geridönmez, 2007). Otro caso de la utilización de esta técnica lo constituye el vehículo *USM – AUV*, donde se considera a la planta como un sistema de múltiples entradas y múltiples salidas (Radzak, 2005).

El control óptimo es una rama particular del control moderno, que permite que el diseño final del sistema de control sea lo mejor obtenible dentro de los límites impuestos por las restricciones físicas. Los métodos de control lineal cuadrático son un tipo especial de control óptimo, donde la planta que es controlada se asume lineal, al igual que el controlador que genera el mando (Anderson, 1989). Los controladores lineales cuadráticos trabajan con índices de funcionamiento cuadrático, los que constituyen una función cuyo valor indica hasta qué punto el funcionamiento efectivo del sistema de control se acerca al funcionamiento deseado. Otra ventaja de usar el esquema de control lineal cuadrático es que el sistema diseñado será estable, excepto en el caso en el que el sistema no sea controlable (Ogata, 1998). Los métodos utilizados en el diseño de controles lineales cuadráticos, basados en índices de comportamiento cuadrático, requieren que todas las variables estén disponibles para realimentarse. Para estos casos se implementan los reguladores lineales cuadráticos (*LQR*), o alguna de sus variantes, como son los controladores de seguimiento lineales cuadráticos (*LQT*), que además de lograr los requisitos deseados para la respuesta del sistema, permiten que la señal de salida siga a la entrada sin errores, siempre que la entrada de referencia sea constante o una señal tipo paso. En sistemas complejos, no todos los estados pueden ser medidos, por lo que se estiman y a partir de esos valores se generan las señales de control. En estos casos se aplica un controlador lineal cuadrático *gausiano* (*LQG*), que incluye el diseño de un filtro de *Kalman* para estimar los estados que se requieren. Para ello se necesita que el sistema sea observable (Fossen, 2011).

Los controladores lineales cuadráticos también son empleados como autopilotos. Se diseñan utilizando representaciones dinámicas lineales expresadas mediante funciones de transferencias o modelos en espacio de estado, su implementación abarca diversos modos de funcionamiento del autopiloto. Un controlador (*LQG*) es utilizado por *Kallstrom* (Kallstrom, 1979) con el objetivo de controlar el rumbo de una embarcación. El rumbo del vehículo y su razón de cambio son estimados usando un filtro de *Kalman*. Los resultados experimentales presentados demuestran la efectividad del diseño. Otras investigaciones (Lopez, 1992) proponen utilizar un controlador lineal cuadrático *gausiano*/lazo de transferencia de recuperación (*LQG/LTR*) para el control de dirección. En este caso el sistema de control

es de fase no mínima y se basa en el modelo de *Nomoto* expresado en función de transferencia. Los beneficios del controlador se evidencian en los resultados de las simulaciones. *Fossen* propone la utilización de distintas variantes de controladores lineales cuadráticos como autopilotos en varias de sus publicaciones ([Fossen, 1994](#), [2002](#), [2011](#)). Cuando se cuenta con la medición de los estados, este autor propone utilizar un controlador (*LQT*) diseñado a partir del modelo del subsistema lateral del vehículo. Por otra parte, cuando los estados se estiman utilizando filtros de *Kalman*, recomienda emplear un controlador *LQG*. *Fossen* además utiliza estas técnicas de control para diseñar autopilotos capaces de seguir una ruta determinada. Para estos casos emplea una representación dinámica lineal del plano horizontal, estimando los estados que son afectados por el oleaje mediante un filtro de *Kalman*.

Con la finalidad de ganar en exactitud en el diseño, en la actualidad se utilizan modelos no lineales para el desarrollo de controladores de vehículos marinos. Varios autores ([Yoerger, 1985](#); [Lienard, 1990](#); [Akcakaya, 2009](#)) optan por emplear la técnica de control deslizante, debido al alto componente no lineal presente en la dinámica de estos vehículos, a lo complejo de modelar que son algunos de sus parámetros y que los afectan perturbaciones que son difíciles de medir. Otros autores ([Behal, 2002](#); [Do, 2004](#)) proponen utilizar modelos no lineales de dos dimensiones (*2D*), con simplificaciones en las estructuras de las matrices de inercia y amortiguamiento para asegurar la estabilidad en el seguimiento de un camino. *Encarnação* ha abordado en distintas publicaciones la temática de utilizar un autopiloto en modo ruta para vehículos marinos. Este autor recomienda utilizar un modelo *2D* no lineal, con características similares a las planteadas anteriormente, para el diseño de un controlador de seguimiento de trayectorias formadas por líneas rectas y circunferencias ([Encarnacao, 2000](#)). En el diseño del control se utiliza un estimador y se aplican técnicas complejas como son: la linealización por realimentación y *backstepping*. Para el *INFANTE AUV* se ha diseñado un sistema de control de profundidad utilizando la técnica de ganancia programada ([Silvestre, 2007](#)). Técnicas de control inteligente también se utilizan en el control de vehículos marinos. En el *AUV Phoenix* se reporta el empleo de un controlador difuso que tiene como propósito controlar de manera simultánea la velocidad, dirección y profundidad del vehículo ([Kanakakis, 2001](#)).

Una vez analizada la literatura, resulta evidente el número elevado de técnicas que se proponen para el control de vehículos marinos, ya sea para controlar una variable en específico o implementar algoritmos de seguimiento y control de trayectoria. Los controladores lineales constituyen una opción tentadora para ser empleada en el *HRC – AUV*. Esta idea se fundamenta en que estos controladores se basan en el modelo dinámico lineal del sistema y presentan diseños con soluciones fácilmente calculables. Otro de los aspectos que favorece el uso de controladores lineales en vehículos subacuáticos lo constituye la posibilidad de combinar los mismos con algoritmos de filtrado que brinden una medición de los estados

con menor afectación de las perturbaciones marinas. Específicamente en esta investigación se presentan los resultados obtenidos al diseñar controladores tipo *PID* y lineales cuadráticos para controlar el rumbo, y controladores *PID* y de realimentación de estados para controlar la profundidad del *HRC – AUV*. De esta manera se pretende demostrar la viabilidad de utilizar los modelos dinámicos lineales del vehículo en el ajuste de controladores. No obstante, en próximas investigaciones se debe evaluar la utilización de alguna técnica de control no lineal que contribuya a mejorar el desempeño del *HRC – AUV*, máxime si se cuenta con un modelo no lineal del mismo.

1.6. Consideraciones finales del capítulo

Presentado el marco teórico y luego de un análisis crítico de la bibliografía consultada, se arriban a las siguientes consideraciones.

A pesar de la evolución y desarrollo que han experimentado los vehículos subacuáticos, que le han permitido abarcar un número importante de aplicaciones, su estudio implica enfrentarse a disímiles desafíos: necesidad de contar con una arquitectura de hardware y sensorial adecuada, dinámica no lineal, exigencias relativas a la simulación y dificultades en la obtención de los modelos dinámicos.

La integración de los métodos de modelado analíticos y semi empíricos, con la realización de pruebas experimentales utilizando técnicas de identificación, posibilita la obtención de representaciones dinámicas que describan el comportamiento del vehículo, con vistas a su simulación y a utilizarse en el diseño de los controladores.

El control de vehículos marinos basados en modelo dinámico resulta fuertemente dependiente de la exactitud del modelo dinámico que se obtiene. Es posible desarrollar un control lineal desacoplado para un vehículo subacuático utilizando los modelos linealizados de los subsistemas lateral y longitudinal.

Es posible obtener para el vehículo *HRC – AUV* un modelo dinámico no lineal de seis grados de libertad que incluya el efecto de las perturbaciones, a partir del cual sea posible derivar modelos linealizados que puedan utilizarse en el ajuste de controladores de rumbo y profundidad tipo *PID*, de realimentación de estados y lineales cuadráticos.

CAPÍTULO 2

MODELADO MATEMÁTICO

2.1. Introducción

El modelado de vehículos marinos involucra el estudio de la estática y la dinámica. La estática tiene que ver con el estado de equilibrio de los cuerpos cuando están en reposo o se mueven a velocidad constante. Por su parte, la dinámica se encarga del comportamiento de los cuerpos cuando su movimiento es acelerado, producto al efecto de perturbaciones y/o fuerzas de control (Duc, 2009).

Los estudios de la estática se remontan a las contribuciones realizadas por *Arquímedes*, quien postuló la ley de la flotabilidad. Esta ley constituye la base de cualquier análisis que se realice sobre la estabilidad de las embarcaciones marinas. Las investigaciones sobre la dinámica comenzaron mucho después, la base científica que sustenta a la dinámica aparece con la publicación de las leyes de *Newton* en el año 1687 (Fossen, 2002).

En este capítulo se presenta la estructura matemática de los modelos del vehículo autónomo subacuático *HRC – AUV*. Estos modelos son el resultado de aplicar las leyes físicas que rigen la dinámica de un cuerpo rígido que opera en un ambiente líquido. En un primer momento se presenta el modelo no lineal del vehículo, el cual incluye la dinámica del submarino y las fuerzas medioambientales (olas y corrientes) que afectan su desempeño. El modelo no lineal se desacopla y linealiza con el objetivo de obtener representaciones dinámicas mucho más sencillas, que puedan ser utilizadas en próximos capítulos en el diseño de los sistemas de control y del sistema de navegación del vehículo.

Durante el proceso de modelado se aplica un procedimiento analítico y semi empírico, que se apropia de varios de los postulados que propone el profesor noruego *Thor I. Fossen* (Fossen, 1991, 1994, 2002, 2011), adaptados a las características constructivas y de operación del *HRC – AUV*.

2.2. Clasificación de modelos

Las maniobras de las embarcaciones marinas abarcan los movimientos en los seis grados de libertad (6 *GDL*). Los grados de libertad están determinados por los desplazamientos independientes y rotaciones que especifican totalmente la posición y orientación del vehículo (Fossen, 2011). Las tres primeras coordenadas y sus derivadas en el tiempo se

emplean para describir la posición y el movimiento lineal del vehículo a lo largo de los ejes x , y y z , mientras que las tres coordenadas restantes se utilizan en la representación de la orientación y el movimiento rotatorio. La Tabla 2–1 resume la nomenclatura estándar empleada para describir el movimiento de submarinos (SNAME, 1950).

Tabla 2–1: Notación utilizada para AUVs.

Traslación	Fuerza	Velocidad lineal	Posición
Avance	X	u	x
Desplazamiento lateral	Y	v	y
Arfada	Z	w	z
Rotación	Momento	Velocidad angular	Ángulo
Balanceo	K	p	ϕ
Cabeceo	M	q	θ
Guiñada	N	r	ψ

El movimiento de balanceo es probablemente el grado de libertad de mayor influencia para el ser humano, debido a que produce las aceleraciones más altas y, por lo tanto, es el causante principal del mareo. Cuando se diseñan autopilotos el ángulo de guiñada es el que más interesa.

Para diseñar los sistemas de control que operan en los distintos vehículos, los modelos de orden reducido son los que más se utilizan debido a que la mayoría de las embarcaciones no operan en todos los grados de libertad. La reducción de los modelos se realiza desacoplando los movimientos (Fossen, 2011):

- Modelos de 1 *GDL*: pueden utilizarse para diseñar controladores para el movimiento de avance del vehículo, controladores de dirección y sistemas amortiguadores del balanceo.
- Modelos de 3 *GDL*: usualmente son:
 - Modelos del plano horizontal (x, y, ψ) para barcos, semi-sumergibles y vehículos subacuáticos que son utilizados en sistemas de posicionamiento dinámico, sistemas de control de trayectoria y sistemas de seguimientos de trayectoria. En submarinos se asume que los movimientos también pueden desacoplarse en movimientos longitudinales y laterales
 - Modelos longitudinales (x, w, θ) para controlar el avance, la profundidad y el cabeceo.
 - Modelos laterales (y, ϕ, θ) para controlar los giros y el rumbo.
- Modelos de 4 *GDL* (x, y, ϕ, ψ) son obtenidos con el propósito de adicionar el balanceo a la ecuación de 3 *GDL* del modelo del plano horizontal. Estos modelos son utilizados en maniobras donde es indispensable incluir el movimiento de balanceo para reducir las acciones de control producidas por timones y estabilizadores.
- Modelos de 6 *GDL* $(x, y, z, \phi, \theta, \psi)$ son ecuaciones de movimiento totalmente acopladas usadas para la simulación y la predicción de los movimientos del vehículo. Estos

modelos se pueden también utilizar en los sistemas de control avanzados para vehículos subacuáticos que operan en todos los grados de libertad.

Los modelos se utilizan para la predicción y simulación en tiempo real, y para el diseño de observadores y controladores. Atendiendo a su complejidad y al número de ecuaciones diferenciales que utilizan pueden distinguirse tres tipos de modelos (Fossen, 2011):

Modelo de simulación: Este tipo de modelo constituye la representación más exacta de un sistema, por ejemplo, un modelo de 6 *GDL* de alta fidelidad puede utilizarse para la simulación de los movimientos de un vehículo en el dominio del tiempo. Este tipo de representación incluye la dinámica y el sistema de propulsión de la embarcación, el sistema de medición y las fuerzas medioambientales producidas por el viento, las olas y las corrientes marinas. Además, se tienen en cuenta otras características que no se utilizan en el diseño del control y del observador, pero que influyen en la exactitud del modelo. El modelo de simulación debe ser capaz de reconstruir las respuestas del sistema en tiempo real y activar modos de fallos para simular eventos como accidentes y señales erróneas. Con 12 ecuaciones diferenciales ordinarias se representan los 6 *GDL*, pudiéndose además, adicionar algunos estados para describir las perturbaciones marinas.

Modelo para el diseño del control: El modelo para el control es de orden reducido o una versión simplificada del modelo de simulación. En su forma más simple, este modelo se utiliza para calcular las ganancias de un controlador convencional tipo *PID*. Para sistemas de control más sofisticados se emplean modelos capaces de generar señales anticipatorias y realimentadas.

Modelo para el diseño del observador: El modelo para el diseño del observador es diferente al modelo que se utiliza para el control, ya que su propósito es representar la dinámica asociada con los sensores y sistema de navegación, así como con las perturbaciones. Se trata de una versión simplificada del modelo de simulación, donde la mayor atención recae en el modelado del ruido de la medición, el filtrado y la predicción del movimiento. En las embarcaciones marinas, el observador basado en modelo a menudo incluye una representación de los disturbios, que tiene como objetivo estimar las olas, el viento y las corrientes marinas mediante el tratamiento de los ruidos.

Para el caso concreto del *HRC – AUV*, se necesita contar con estructuras de modelos de 6 *GDL*, de 3 *GDL* y de 1 *GDL*, que puedan utilizarse en la simulación y en el diseño de los sistemas de control y de navegación del vehículo.

2.3. Sistemas de coordenadas

Cuando se analiza el movimiento de los vehículos marinos en los 6 *GDL* resulta conveniente definir dos sistemas de coordenadas, tal como se presenta en la Figura 2-1. El sistema de coordenada móvil es convenientemente fijado en el vehículo y se denomina sistema del submarino. Los ejes x_B , y_B y z_B coinciden con los ejes de inercia. El origen del sistema

del submarino OB puede ser situado en el Centro de Gravedad CG o en el Centro de Flotabilidad CB del vehículo, aprovechando el plano principal de simetría. En el caso del $HRC - AUV$, OB se hace coincidir con CB .

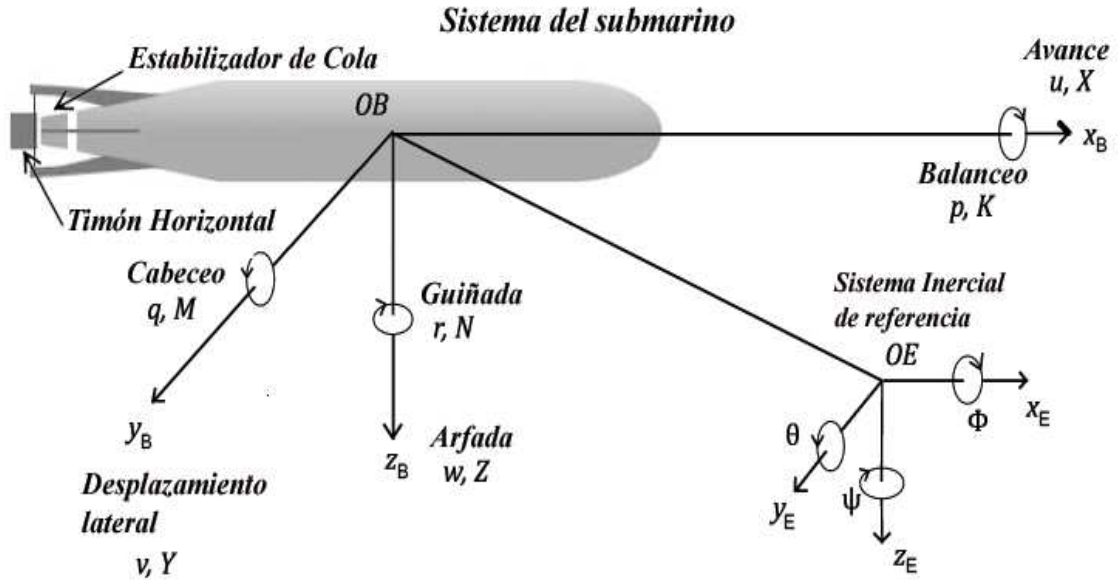


Figura 2-1: Sistemas de coordenadas con la definición de ángulos y velocidades.

El movimiento de un submarino en el mar se describe respecto a un sistema de referencia inercial. Para vehículos marinos se asume que las aceleraciones de un punto sobre la superficie de la Tierra pueden ser despreciadas. Esta aproximación es posible dado que el movimiento de la Tierra afecta pobremente a los vehículos marinos de baja velocidad (Fossen, 1994). Como resultado de esta consideración, es posible definir un sistema de referencia fijo en tierra OE , siendo x_E , y_E , z_E sus ejes. De manera tal que la posición y orientación del vehículo deben ser descritas respecto a OE , mientras que las velocidades lineales y angulares deben referirse respecto a OB .

El movimiento general de un submarino en los 6 GDL se describe mediante los siguientes vectores (SNAME, 1950):

$$\boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\nu}_1 \\ \boldsymbol{\nu}_2 \end{bmatrix} \quad \text{donde} \quad \begin{aligned} \boldsymbol{\nu}_1 &= [u, v, w]^T \\ \boldsymbol{\nu}_2 &= [p, q, r]^T \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1 \\ \boldsymbol{\eta}_2 \end{bmatrix} \quad \text{donde} \quad \begin{aligned} \boldsymbol{\eta}_1 &= [x, y, z]^T \\ \boldsymbol{\eta}_2 &= [\phi, \theta, \psi]^T \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_1 \\ \boldsymbol{\tau}_2 \end{bmatrix} \quad \text{donde} \quad \begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_1 &= [X, Y, Z]^T \\ \boldsymbol{\tau}_2 &= [K, M, N]^T \end{aligned} \quad (2.3)$$

En este caso $\boldsymbol{\eta}$ denota el vector de posición y orientación con coordenadas en el sistema de referencia fijo en tierra, $\boldsymbol{\nu}$ representa al vector de velocidad lineal y angular con coordenadas

en el sistema del submarino y τ se utiliza para representar las fuerzas y momentos que actúan sobre el vehículo en el sistema de coordenadas del submarino.

En los sistemas de control de aplicaciones marinas la orientación principalmente se representa mediante los ángulos de *Euler* (Fossen, 2006) o *quaternions* (Fjellstad, 1994). Las ecuaciones cinemáticas se pueden expresar en forma vectorial utilizando las transformaciones de ángulos de *Euler* como:

$$\dot{\eta} = \mathbf{J}(\eta)\nu \quad (2.4)$$

La matriz $\mathbf{J}(\eta)$ queda definida como:

$$\mathbf{J}(\eta) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\eta_2) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2(\eta_2) \end{bmatrix}$$

siendo:

$$\mathbf{J}_1(\eta_2) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & (c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi) & (s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta) \\ s\psi c\theta & (c\psi c\phi + s\phi s\theta s\psi) & (s\theta s\psi c\phi - c\psi s\phi) \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad \mathbf{J}_2(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & t\theta s\phi & t\theta c\phi \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & \frac{s\phi}{c\theta} & \frac{c\phi}{c\theta} \end{bmatrix}$$

notar que $c^* = \cos(*)$, $s^* = \sin(*)$ y $t^* = \tan(*)$.

En el Anexo A se demuestra la manera en que se relacionan los vectores de velocidad, posición y orientación a través de ángulos de *Euler*

En este trabajo se utiliza la representación mediante ángulos de *Euler* teniendo en cuenta que depende de tres parámetros bien conocidos, como son los ángulos ϕ , θ y ψ del vehículo. Ciertamente esta representación tiene como inconveniente que no está definida para $\theta = \pm 90$ grados, sin embargo, durante maniobras con vehículos marinos no suele ser usual alcanzar valores de ángulo de cabeceo de $\theta = \pm 90$ grados. Esto es debido a la acción de las fuerzas metacéntricas de restauración. La representación mediante *quaternions* pudiera ser tenida en cuenta dada la exactitud y la eficiencia desde el punto de vista computacional que ofrece, pero los ángulos de *Euler* son más intuitivos y quizás sea esta la causa que lo conviertan en el método de representación mayormente empleado en la actualidad (Fossen, 1994).

2.4. Ecuaciones dinámicas de movimiento

Las ecuaciones de movimiento para vehículos subacuáticos se obtienen a partir de establecer arbitrariamente un origen para el sistema de coordenadas del submarino, de esta manera se aprovechan los beneficios que brindan las propiedades geométricas del vehículo. El comportamiento dinámico de un *AUV* se describe mediante las leyes de *Newton* (Fossen, 2002). Para obtener las ecuaciones de movimiento es necesario asumir: (1) el vehículo es un cuerpo rígido y (2) el sistema de referencia fijado en tierra es inercial. La primera

suposición permite no tener en cuenta a las fuerzas que actúan de manera específica entre los elementos de masa, mientras que la segunda elimina las fuerzas causadas por el movimiento relativo de la Tierra en el espacio (Fossen, 1991).

Las ecuaciones de movimiento para un *AUV* se pueden expresar de manera compacta como:

$$\mathbf{M}_{RB}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})\mathbf{v} = \boldsymbol{\tau}_H + \boldsymbol{\tau} \quad (2.5)$$

Estas ecuaciones están compuestas por términos convencionales relacionados con el movimiento de un cuerpo rígido ideal y adicionalmente por términos relacionados con las fuerzas y momentos hidrodinámicos. De tal manera, \mathbf{M}_{RB} designa a la matriz de masa del cuerpo rígido, $\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})$ es la matriz de *Coriolis* del cuerpo rígido, el vector $\boldsymbol{\tau}_H$ representa las fuerzas y momentos hidrostáticos e hidrodinámicos y $\boldsymbol{\tau}$ es el vector de fuerzas de control (Fossen, 2006).

Las fuerzas y momentos hidrostáticos e hidrodinámicos se identifican como la suma de tres componentes: las masas añadidas producto a la inercia del fluido circundante y la fuerza de *Coriolis*, el amortiguamiento producto a la energía arrastrada por las olas generadas en la superficie y las fuerzas restauradoras o de *Arquímedes* provocadas por el peso y la flotabilidad del vehículo.

$$\boldsymbol{\tau}_H = -\mathbf{M}_A\dot{\mathbf{v}} - \mathbf{C}_A(\mathbf{v})\mathbf{v} - \mathbf{D}(\mathbf{v})\mathbf{v} - \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$$

Si se sustituye el vector $\boldsymbol{\tau}_H$ en la ecuación 2.5, esta última se puede reescribir como:

$$\underbrace{\mathbf{M}_{RB}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})\mathbf{v}}_{\text{términos del cuerpo rígido}} + \underbrace{\mathbf{M}_A\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_A(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{D}(\mathbf{v})\mathbf{v}}_{\text{términos hidrodinámicos}} + \underbrace{\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})}_{\text{términos hidrostáticos}} = \boldsymbol{\tau} \quad (2.6)$$

Agrupando términos en la ecuación 2.6 se llega a una representación aún mucho más compacta.

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{D}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau} \quad (2.7)$$

donde $\mathbf{M} = \mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_A$ es la matriz de inercia incluyendo las masas añadidas, $\mathbf{C}(\mathbf{v}) = \mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) + \mathbf{C}_A(\mathbf{v})$ es una matriz que incluye términos de *Coriolis* y de masas añadidas, $\mathbf{D}(\mathbf{v})$ agrupa los términos de amortiguamiento, $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$ es el vector de fuerzas gravitacionales y de flotabilidad, por último, $\boldsymbol{\tau} = [\tau_X, \tau_Y, \tau_Z, \tau_K, \tau_M, \tau_N]^T$ es el vector de fuerzas y momentos provocados por las entradas de control.

La ecuación 2.7 constituye la representación matemática del modelo dinámico no lineal de 6 *GDL* para un vehículo autónomo subacuático (Fossen, 1994). En el transcurso de este epígrafe se explican los procedimientos para calcular cada una de la matrices y vectores que conforman la ecuación 2.7 teniendo en cuenta las características propias del *HRC – AUV*.

2.4.1. Dinámica del cuerpo rígido

Las matrices \mathbf{M}_{RB} y $\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})$ están en función de coeficientes que pueden ser determinados a partir de las propiedades de gravedad e inercia del vehículo (Gorset, 2007). La matriz \mathbf{M}_{RB} se determina como:

$$\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} m\mathbf{I}_{3 \times 3} & -m\mathbf{S}(\mathbf{r}_G) \\ m\mathbf{S}(\mathbf{r}_G) & \mathbf{I}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -mx_G & 0 \\ 0 & -mz_G & my_G & I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_G & 0 & -mx_G & -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -my_G & mx_G & 0 & -I_{zx} & -I_{xy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Por su parte, la matriz de *Coriolis* del cuerpo rígido está definida como (Fossen, 2006):

$$\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -m\mathbf{S}(\mathbf{v}_1) - m\mathbf{S}(\mathbf{v}_2)\mathbf{S}(\mathbf{r}_G) \\ -m\mathbf{S}(\mathbf{v}_1) + m\mathbf{S}(\mathbf{r}_G)\mathbf{S}(\mathbf{v}_2) & -\mathbf{S}(\mathbf{I}_0\mathbf{v}_2) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

donde m se refiere a la masa del vehículo e \mathbf{I}_0 es la matriz que agrupa los momentos de inercia.

$$\mathbf{I}_0 = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{xy} & I_{zz} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_0 = \mathbf{I}_0^T$$

Además, $\mathbf{r}_G = [x_G, y_G, z_G]^T$ es el vector que determina la ubicación del origen OB con respecto al centro de gravedad del vehículo, $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ es la matriz identidad de orden tres y $\mathbf{S}(\ast)$ constituye una estructura antisimétrica de un vector dado (\ast).

En el caso del *HRC – AUV*, el origen del sistema de coordenadas del submarino OB se hizo coincidir con el centro de flotabilidad CB del vehículo, por lo que las componentes del vector \mathbf{r}_G son iguales a las distancias existentes entre el CB y el centro de gravedad CG , definidas por el vector \mathbf{BG} . Como ambos puntos se encuentran ubicados en el plano de simetría $x_B - z_B$, es posible plantear que $\mathbf{r}_G = [x_G, y_G, z_G]^T = \mathbf{BG} = [BG_x, BG_y, BG_z]^T = [0, 0, BG_z]^T$ y que los momentos de inercia I_{xy} , I_{yx} , I_{yz} , I_{zy} son iguales a cero (Gorset, 2007).

Atendiendo a las consideraciones anteriormente descritas, las matrices \mathbf{M}_{RB} y $\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})$ para el $HRC - AUV$ quedan definidas como:

$$\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mBG_z & 0 \\ 0 & m & 0 & -mBG_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -mBG_z & 0 & I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ mBG_z & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & mBG_z r & mv & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mv & mBG_z r & mu \\ 0 & 0 & 0 & mv - mBG_z p & -mu - mBG_z q & 0 \\ -mBG_z r & mv & -mv + mBG_z p & 0 & -I_{xz} p + I_{zz} r & -I_{yy} q \\ -mv & -mBG_z r & mu + mBG_z q & I_{xz} p - I_{zz} r & 0 & I_{xx} p - I_{xz} r \\ mv & -mu & 0 & I_{yy} q & -I_{xx} p + I_{xz} r & 0 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

2.4.2. Términos de masas añadidas

Las masas añadidas se definen erróneamente como una cantidad finita de agua conectada al vehículo de manera tal que el vehículo y el fluido representan un nuevo sistema de mayor masa que el sistema original. En verdad, las masas añadidas no son otra cosa que las fuerzas y momentos inducidos por la presión debido a un movimiento armónico forzado del cuerpo. Estas fuerzas y momentos son proporcionales a la aceleración del vehículo (Ferreira, 2002).

En vehículos completamente sumergidos se suele asumir que los coeficientes de masas añadidas son constantes. Junto con esta consideración se utiliza el concepto de energía cinética del fluido para determinar los términos de masas añadidas, de tal manera que cualquier movimiento del vehículo causará un movimiento del fluido estacionario en sentido opuesto.

Los términos de fuerzas y momentos de las masas añadidas forman parte de la matriz de inercia añadida \mathbf{M}_A y de la matriz hidrodinámica de coeficientes de *Coriolis* $\mathbf{C}_A(\mathbf{v})$.

\mathbf{M}_A es una matriz de 6×6 definida como:

$$\mathbf{M}_A = - \begin{bmatrix} X_{\ddot{u}} & X_{\ddot{v}} & X_{\ddot{w}} & X_{\ddot{p}} & X_{\ddot{q}} & X_{\ddot{r}} \\ Y_{\ddot{u}} & Y_{\ddot{v}} & Y_{\ddot{w}} & Y_{\ddot{p}} & Y_{\ddot{q}} & Y_{\ddot{r}} \\ Z_{\ddot{u}} & Z_{\ddot{v}} & Z_{\ddot{w}} & Z_{\ddot{p}} & Z_{\ddot{q}} & Z_{\ddot{r}} \\ K_{\ddot{u}} & K_{\ddot{v}} & K_{\ddot{w}} & K_{\ddot{p}} & K_{\ddot{q}} & K_{\ddot{r}} \\ M_{\ddot{u}} & M_{\ddot{v}} & M_{\ddot{w}} & M_{\ddot{p}} & M_{\ddot{q}} & M_{\ddot{r}} \\ N_{\ddot{u}} & N_{\ddot{v}} & N_{\ddot{w}} & N_{\ddot{p}} & N_{\ddot{q}} & N_{\ddot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

La matriz $\mathbf{C}_A(\mathbf{v})$ se determina como:

$$\mathbf{C}_A(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

donde

$$\begin{aligned} a_1 &= X_{\dot{u}}u + X_{\dot{v}}v + X_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r \\ a_2 &= Y_{\dot{u}}u + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{w}}w + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{q}}q + Y_{\dot{r}}r \\ a_3 &= Z_{\dot{u}}u + Z_{\dot{v}}v + Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{p}}p + Z_{\dot{q}}q + Z_{\dot{r}}r \\ b_1 &= K_{\dot{u}}u + K_{\dot{v}}v + K_{\dot{w}}w + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{q}}q + K_{\dot{r}}r \\ b_2 &= M_{\dot{u}}u + M_{\dot{v}}v + M_{\dot{w}}w + M_{\dot{p}}p + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{r}}r \\ b_3 &= N_{\dot{u}}u + N_{\dot{v}}v + N_{\dot{w}}w + N_{\dot{p}}p + N_{\dot{q}}q + N_{\dot{r}}r \end{aligned}$$

El *HRC – AUV* es un vehículo que opera a baja velocidad y que tiene tres planos de simetría. Estas características posibilitan no tener en cuenta los elementos de la matriz \mathbf{M}_A que están fuera de la diagonal principal (Fossen, 1994). Aproximar a \mathbf{M}_A como una estructura diagonal resulta muy atractivo debido a que los elementos que no forman parte de la diagonal principal son muy difíciles de calcular tanto por la vía experimental como por la analítica, de manera que las expresiones para determinar las matrices \mathbf{M}_A y $\mathbf{C}_A(\mathbf{v})$ quedan como:

$$\mathbf{M}_A = -diag\{X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}, K_{\dot{p}}, M_{\dot{q}}, N_{\dot{r}}\} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{C}_A(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v & 0 & -N_{\dot{r}}r & M_{\dot{q}}q \\ Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u & N_{\dot{r}}r & 0 & -K_{\dot{p}}p \\ -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 & -M_{\dot{q}}q & K_{\dot{p}}p & 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Fossen (Fossen, 1994) sugiere un conjunto de expresiones matemáticas que permiten calcular los coeficientes de la estructura digonal de \mathbf{M}_A . Estas expresiones son aplicables en aquellos vehículos cuya forma geométrica sea similar a un esferoide alargado. El *HRC – AUV* es un vehículo que tiene una estructura geométrica similar a un cilindro, por lo que es necesario realizar una aproximación a un esferoide alargado para poder utilizar las expresiones.

Para calcular los parámetros del esferoide se parte por considerar el momento de inercia del vehículo como $I_{xx} = m\frac{r^2}{2}$, donde m y r constituyen la masa y el radio del *HRC – AUV*, respectivamente. El momento de inercia I_{xx} se iguala al de un esferoide tipo, definido como $I'_{xx} = 2m\frac{b^2}{5}$. A partir de esta igualdad es posible determinar el radio menor b del esferoide tipo, en función de los valores de I_{xx} , de la masa y del radio del *HRC – AUV*. De igual manera se procede con el momento de inercia alrededor del eje y_B , en este caso el momento de inercia del *HRC – AUV* se define como $I_{yy} = m\frac{r^2}{4} + m\frac{L^2}{12}$, donde L es la longitud del *AUV*. Igualando esta expresión a la del momento de inercia del esferoide tipo $I'_{yy} = m\frac{b^2}{5} + 2m\frac{a^2}{20}$, se puede determinar el radio mayor a del esferoide alargado. Un proceder similar al antes descrito es expuesto por *Da Silva* y otros autores ([da Silva, 2007](#)).

A continuación se presentan las expresiones para determinar los coeficientes de \mathbf{M}_A :

$$X_{\dot{u}} = -\frac{\alpha_0}{2 - \alpha_0}m \quad (2.16)$$

$$Y_{\dot{v}} = Z_{\dot{w}} = -\frac{\beta_0}{2 - \beta_0}m \quad (2.17)$$

$$K_{\dot{p}} = 0 \quad (2.18)$$

$$M_{\dot{q}} = N_{\dot{r}} = -\frac{1}{5} \frac{(b^2 - a^2)^2(\alpha_0 - \beta_0)}{2(b^2 - a^2) + (b^2 + a^2)(\beta_0 - \alpha_0)}m \quad (2.19)$$

Como se puede apreciar, estas expresiones dependen de tres parámetros e , α_0 y β_0 que son constantes y se calculan a partir de las dimensiones del esferoide:

$$e = 1 - (b/a)^2; \quad \alpha_0 = 2\frac{(1 - e^2)}{e^3} \left[\frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+e}{1-e}\right) - e \right]; \quad \beta_0 = \frac{1}{e^2} - \frac{1 - e^2}{2e^3} \ln\left(\frac{1+e}{1-e}\right)$$

La matriz de inercia, incluyendo las masas añadidas para el *HRC – AUV*, se calcula como:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & mBG_z & 0 \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & 0 & -mBG_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m - Z_{\dot{w}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -mBG_z & 0 & I_{xx} - K_{\dot{p}} & 0 & -I_{xz} \\ mBG_z & 0 & 0 & 0 & I_{yy} - M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{xz} & 0 & I_{zz} - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Por su parte, la matriz $\mathbf{C}(\mathbf{v}) = \mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) + \mathbf{C}_A(\mathbf{v})$ que incluye términos de *Coriolis* y de masas añadidas, queda igual a:

$$\mathbf{C}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & mBG_z r & (m - Z_{\dot{w}})w & -(m + Y_{\dot{v}})v \\ 0 & 0 & 0 & -(m + Z_{\dot{w}})w & mBG_z r & (m - X_{\dot{u}})u \\ 0 & 0 & 0 & (m - Y_{\dot{v}})v - mBG_z p & -(m + X_{\dot{u}})u - mBG_z q & 0 \\ -mBG_z r & (m - Z_{\dot{w}})w & -(m + Y_{\dot{v}})v + mBG_z p & 0 & -I_{xz}p + (I_{zz} - N_{\dot{r}})r & -(I_{yy} + M_{\dot{q}})q \\ -(m + Z_{\dot{w}})w & -mBG_z r & (m - X_{\dot{u}})u + mBG_z q & I_{xz}p - (I_{zz} + N_{\dot{r}})r & 0 & (I_{xx} - K_{\dot{p}})p - I_{xz}r \\ (m - Y_{\dot{v}})v & -(m + X_{\dot{u}})u & 0 & (I_{yy} - M_{\dot{q}})q & -(I_{xx} + K_{\dot{p}})p + I_{xz}r & 0 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

2.4.3. Amortiguamiento hidrodinámico

Los vehículos subacuáticos se ven afectados por el amortiguamiento hidrodinámico que es causado por: la fricción lineal y cuadrática producto a la presencia de flujos tipo laminar y turbulento, y por la resistencia cuadrática debido a la existencia de torbellinos (Fossen, 1991).

Las fuerzas y momentos relacionados con el amortiguamiento están en función del movimiento relativo del fluido. En las zonas donde habitualmente operan los AUV el flujo es turbulento. En estas condiciones la fricción provocará un efecto lineal y cuadrático de la fuerza de resistencia al avance. La resistencia al avance total puede ser descrita como la suma de sus componentes lineales y cuadráticos.

$$\mathbf{D}(\mathbf{v}) = \mathbf{D}_L(\mathbf{v}) + \mathbf{D}_C(\mathbf{v}) \quad (2.22)$$

donde $\mathbf{D}_L(\mathbf{v})$ es una matriz de 6×6 que agrupa los términos lineales de amortiguamiento y $\mathbf{D}_C(\mathbf{v})$ incluye los coeficientes cuadráticos:

$$\mathbf{D}_L(\mathbf{v}) = - \begin{bmatrix} X_u & X_v & X_w & X_p & X_q & X_r \\ Y_u & Y_v & Y_w & Y_p & Y_q & Y_r \\ Z_u & Z_v & Z_w & Z_p & Z_q & Z_r \\ K_u & K_v & K_w & K_p & K_q & K_r \\ M_u & M_v & M_w & M_p & M_q & M_r \\ N_u & N_v & N_w & N_p & N_q & N_r \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_C(\mathbf{v}) = - \begin{bmatrix} X_{u|u} & X_{u|v} & X_{u|w} & X_{u|p} & X_{u|q} & X_{u|r} \\ Y_{v|u} & Y_{v|v} & Y_{v|w} & Y_{v|p} & Y_{v|q} & Y_{v|r} \\ Z_{w|u} & Z_{w|v} & Z_{w|w} & Z_{w|p} & Z_{w|q} & Z_{w|r} \\ K_{p|u} & K_{p|v} & K_{p|w} & K_{p|p} & K_{p|q} & K_{p|r} \\ M_{q|u} & M_{q|v} & M_{q|w} & M_{q|p} & M_{q|q} & M_{q|r} \\ N_{r|u} & N_{r|v} & N_{r|w} & N_{r|p} & N_{r|q} & N_{r|r} \end{bmatrix}$$

Resulta sumamente complejo determinar todos los coeficientes hidrodinámicos presentes en la expresión 2.22, en especial aquellos elementos que están fuera de la diagonal principal. Es esta la causa por la que la estructura de la matriz de amortiguamiento se reduce a:

$$\mathbf{D}(\mathbf{v}) = -diag\{X_u + X_{u|u}, Y_v + Y_{v|v}, Z_w + Z_{w|w}, K_p + K_{p|p}, M_q + M_{q|q}, N_r + N_{r|r}\} \quad (2.23)$$

Los elementos que conforman esta estructura diagonal pueden ser determinados a partir de experimentos (Fossen, 1991). Sin embargo, resulta necesario puntualizar que para el diseño del sistema de control basta con considerar solamente los términos lineales (Fossen,

2006), aunque para la implementación del sistema de navegación resulta imprescindible estimar al menos el parámetro cuadrático $X_{u|u}$.

Atendiendo a la simetría existente en el $HRC - AUV$, es posible establecer las siguientes relaciones matemáticas entre varios de los parámetros de la matriz $\mathbf{D}(\mathbf{v})$:

$$N_r = M_q; \quad Y_v = Z_w \quad (2.24)$$

$$Y_v \approx 12 \frac{N_r}{L^2} \quad (2.25)$$

$$-K_p \approx 2\varphi_{roll} \sqrt{BG_z W (I_{xx} - K_{\dot{p}})} \quad (2.26)$$

En el caso de la última expresión, ecuación 2.26, se considera que el coeficiente de amortiguamiento relativo al valor del ángulo de cabeceo del vehículo es $\varphi_\phi = 0,1$ (Fossen, 2006).

2.4.4. Términos hidrostáticos

En la hidrodinámica las fuerzas gravitacionales y de flotabilidad se conocen como fuerzas restauradoras (Fossen, 1994). Las fuerzas gravitacionales actúan en el centro de gravedad del vehículo, cuyas coordenadas están definidas por el vector $\mathbf{r}_G = [x_G, y_G, x_G]^T$. Por su parte, en el centro de flotabilidad, definido por $\mathbf{r}_B = [x_B, y_B, x_B]^T$, actúan las fuerzas de flotabilidad.

El peso de un cuerpo sumergido se puede determinar como:

$$W = mg \quad (2.27)$$

siendo g la aceleración de la gravedad.

Mientras que la fuerza de flotabilidad se define como:

$$B = \rho g \nabla \quad (2.28)$$

donde ∇ representa el volumen del líquido desplazado por el vehículo y ρ es la densidad del agua.

En tal sentido, el vector de fuerzas gravitacionales y de flotabilidad queda definido como:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} (W - B)s\theta \\ -(W - B)c\theta s\phi \\ -(W - B)c\theta c\phi \\ -(y_G W - y_B B)c\theta c\phi + (z_G W - z_B B)c\theta s\phi \\ (z_G W - z_B B)s\theta + (x_G W - x_B B)c\theta c\phi \\ -(x_G W - x_B B)c\theta s\phi - (y_G W - y_B B)s\phi \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

La distancia entre el CG y el CB del vehículo se define mediante el vector $\mathbf{BG} = [BG_x, BG_y, BG_z]^T = [x_G - x_B, y_G - y_B, z_G - z_B]^T$.

Recordando que el origen de coordenadas OB coincide con el centro de flotabilidad del vehículo, siendo el vector $BG = [0, 0, BG_z]^T$, y teniendo en cuenta que el $HRC - AUV$ ha sido diseñado con flotabilidad nula $W = B$, es posible entonces definir a $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$ como:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \left[0, 0, 0, WBG_z c\theta s\phi, WBG_z s\theta, 0 \right]^T \quad (2.30)$$

2.4.5. Modelo de los actuadores

Para embarcaciones marítimas es necesario distribuir las fuerzas de control $\boldsymbol{\tau}$ de los actuadores en términos de entradas de control \mathbf{u} . Las fuerzas de control provocadas por hélices, timones o estabilizadores pueden ser descritas como:

$$\mathbf{f} = \mathbf{K}\mathbf{u} \quad (2.31)$$

donde \mathbf{K} agrupa los coeficientes de fuerza y \mathbf{u} es la entrada de control dependiendo del actuador que se considere. En la Tabla 2-2 se muestran los actuadores con que cuenta el $HRC - AUV$, así como las variables de control correspondientes.

Tabla 2-2: Actuadores y entradas de control del $HRC - AUV$

Actuadores	\mathbf{u}	\mathbf{f}^T	\mathbf{m}^T	\mathbf{r}^T
Hélice	$ n n$	$[\tau_X, 0, 0]$	$[\tau_K, 0, 0]$	$\mathbf{r}_H = [l_{xH}, l_{yH}, l_{zH}]^T$
Timón de cola	ángulo de deflexión (δ_T)	$[0, \tau_Y, 0]$	$[0, \tau_M, 0]$	$\mathbf{r}_T = [l_{xT}, l_{yT}, l_{zT}]^T$
Estabilizador de cola	ángulo de deflexión (δ_E)	$[0, 0, \tau_Z]$	$[0, 0, \tau_N]$	$\mathbf{r}_E = [l_{xE}, l_{yE}, l_{zE}]^T$

Las fuerzas y momentos en los 6 GDL del $HRC - AUV$ provocados por el vector $\mathbf{f} = [F_x, F_y, F_z]^T$ pueden determinarse como:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{r} \times \mathbf{f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_X \\ \tau_Y \\ \tau_Z \\ \tau_K \\ \tau_M \\ \tau_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ F_z l_y - F_y l_z \\ F_x l_z - F_z l_x \\ F_y l_x - F_x l_y \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

donde $\mathbf{r} = [l_x, l_y, l_z]^T$ es el vector que describe el brazo del momento provocado por la ubicación del actuador respecto al origen de OB (Fossen, 2008). En el caso del $HRC - AUV$ la ubicación de los actuadores coincide con las componentes y_B y z_B del centro de flotabilidad, no siendo igual para el caso de la componente x_B , por tal motivo \mathbf{r} queda como $\mathbf{r} = \mathbf{r}_H = \mathbf{r}_T = \mathbf{r}_E = [l_x, 0, 0]^T$.

Una manera de representar de forma compacta las fuerzas y momentos de control es:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{T}\mathbf{f} \quad (2.33)$$

donde \mathbf{T} representa a la matriz de configuración de los actuadores. Esta matriz define la estrecha relación que existe entre la fuerza que ejerce cada actuador y la posición en la que está ubicado.

Si se sustituye la ecuación 2.31 en la expresión anterior se llega a:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{T}\mathbf{K}\mathbf{u} \quad (2.34)$$

Al expandir la ecuación 2.34 se obtiene:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -l_{zT} & l_{yE} \\ l_{zH} & 0 & -l_{xE} \\ -l_{yH} & l_{xT} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |n|n \\ \delta_T \\ \delta_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \\ 0 & -k_2 l_{zT} & k_3 l_{yE} \\ k_1 l_{zH} & 0 & -k_3 l_{xE} \\ -k_1 l_{yH} & k_2 l_{xT} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |n|n \\ \delta_T \\ \delta_E \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

En el caso del *HRC – AUV* el término τ_X está relacionado con la fuerza de empuje que aporta la hélice. Es posible determinar esta fuerza como:

$$F_h = T_{|n|n}|n|n \quad (2.36)$$

el término $T_{|n|n}$ se calcula como $T_{|n|n} = \rho D^4 a_1$, siendo ρ la densidad del líquido, D el diámetro de la hélice expresado en metros y a_1 es el valor numérico que representa el punto de intercepción entre la curva de capacidad y el coeficiente de empuje del propulsor (Fossen, 1994).

A partir de las condiciones antes descritas es posible plantear que $\tau_X = T_{|n|n}|n|n$, y si se tiene en cuenta además la configuración del vector \mathbf{r} , donde $l_{yH} = l_{yE} = 0$ y $l_{zT} = l_{zH} = 0$, entonces el vector de fuerzas y momentos de control $\boldsymbol{\tau}$ para el *HRC – AUV* se puede definir de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_X \\ \tau_Y \\ \tau_Z \\ \tau_K \\ \tau_M \\ \tau_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{|n|n}|n|n \\ k_2 \delta_T \\ k_3 \delta_E \\ 0 \\ -k_3 l_{xE} \delta_E \\ k_2 l_{xT} \delta_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_4 \\ 0 & b_5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |n|n \\ \delta_T \\ \delta_E \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

los valores de ganancias (b_1, b_2, b_3, b_4 y b_5) solo pueden ser determinados mediante pruebas experimentales.

De esta manera quedan definidos todos los términos matriciales que forman parte de la estructura general del modelo no lineal de 6 *GDL* del *HRC – AUV* acorde a la ecuación 2.7.

2.5. Modelo simplificado de las perturbaciones marinas

Las principales perturbaciones que afectan a los vehículos subacuáticos durante la navegación lo constituyen el oleaje generado por el viento y las corrientes marinas. A la ecuación 2.7 se le incorporan los términos relativos al oleaje y a las corrientes marinas quedando como sigue:

$$M\dot{\nu}_r + C(\nu_r)\nu_r + D(\nu_r)\nu_r + g(\eta) = \tau_{olas} + \tau \quad (2.38)$$

donde (τ_{olas}) representa las fuerzas y momentos provocados por las olas mientras que (ν_r) simboliza la velocidad relativa a las corrientes.

Incluir el efecto del oleaje y las corrientes marinas en el modelo general de 6 *GDL* contribuye a garantizar mejores resultados y mayor robustez de los sistemas de navegación y control del vehículo. En la literatura se reporta un método que permite modelar analíticamente estas perturbaciones con buena exactitud (Fossen, 1994).

2.5.1. Modelo de la olas

Las fuerzas y los momentos inducidos por el mar sobre una embarcación rígida están dados por el vector $\tau_{olas} = [X_{olas}, Y_{olas}, N_{olas}]^T$ (Fossen, 1994). Las olas se representan como una larga suma de componentes de onda, donde la elevación de las crestas $\zeta(x, t)$ que se propagan de forma irregular por un eje x positivo puede determinarse como (Fossen, 1994):

$$\zeta(x, t) = \sum_{i=1}^N A_i \cos(\omega_i t - k_i x + \phi_i) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} k_i A_i^2 \cos 2(\omega_i t - k_i x + \phi_i) + O(A_i^3) \quad (2.39)$$

donde

- λ , longitud de onda
- k , número de onda
- A , amplitud de onda
- ϕ_i , ángulo de fase aleatoria uniformemente distribuido entre 0 y 2π

La expresión 2.39 se repite a sí misma después de un tiempo de $2\pi/\Delta\omega$, sugiriendo que un largo número de componentes de onda deben ser calculados.

La amplitud de onda se puede determinar en función del espectro de las olas (ω_i) para un rango de frecuencia determinado ($\Delta\omega$) como:

$$A_i^2 = 2S(\omega_i)\Delta\omega \quad (2.40)$$

De acuerdo con la teoría, para describir la respuesta de la mayoría de los vehículos marinos basta con utilizar los términos de primer y segundo orden de la ecuación 2.39. Los términos de primer orden permiten describir el movimiento oscilatorio del vehículo, mientras que los términos de segundo orden se utilizan para representar las fuerzas de deriva (Fossen, 1994).

El espectro *JONSWAP* (*Joint North Sea Wave Project*) (Ochi, 1998) se emplea para representar el espectro de las olas generadas por el viento en aquellas zonas marinas donde el área del mar es limitada y la profundidad se considera finita. Una de las variantes del espectro *JONSWAP* más empleada es aquella que permite calcular la densidad del espectro en función de la velocidad del viento (V), medida a 10 m de altura sobre el nivel del mar, y de la distancia geográfica hasta la costa (l):

$$S(\omega) = \alpha \frac{g^2}{\omega^5} \exp\left[-\frac{5}{4}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^4\right] Y \quad (2.41)$$

con

$$\alpha = 0,076 \left[\frac{gL}{V^2}\right]^{-0,22}; \quad \omega_0 = 2\pi 3,5 \frac{g}{V} \left(\frac{gL}{V^2}\right)^{-0,33}; \quad Y = \gamma^{\exp\left[\frac{-(\omega-\omega_0)^2}{2(\sigma\omega_0)^2}\right]}$$

donde ω_0 constituye la frecuencia fundamental de las olas, g es la aceleración constante de la gravedad, mientras que ($\sigma = 0,09$) y ($\gamma = 3,3$) son constantes (Fossen, 1994).

Esta variante del espectro *JONSWAP* tiene como ventaja que depende de magnitudes físicas que pueden ser perfectamente medibles previo a las misiones a realizar.

Desde el punto de vista de los sistemas automáticos, resulta conveniente contar con una aproximación lineal del espectro del oleaje que pueda ser incluida en los lazos de control. En este sentido es posible obtener una función de transferencia de segundo orden en la cual $y(s)$ representa a la salida del modelo de las olas:

$$y(s) = \frac{K_\omega s}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} w_H(s) \quad (2.42)$$

$w_H(s)$ se representa mediante un ruido blanco de media cero. La ganancia constante K_ω se define como:

$$K_\omega = 2\zeta\omega_0\sigma_\omega \quad (2.43)$$

siendo σ_ω una constante que describe la intensidad de las olas, ζ es el coeficiente de amortiguamiento, por lo general elegido 0,1, y ω_0 es la frecuencia fundamental de las olas definida anteriormente.

A partir de la función de transferencia de la ecuación 2.42 es posible obtener un modelo lineal en espacio-estado. Si se definen a $x_{h1} = x_{h2}$ y $x_{h2} = y_h$ como variables de estado,

entonces el modelo en espacio-estado estará acorde a:

$$\begin{aligned} \dot{x}_H &= A_H x_H + E_H w_H \\ y_H &= C_H x_H \end{aligned} \quad (2.44)$$

El modelo en espacio de estado de segundo orden de las olas, acorde a la ecuación 2.44, queda definido de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_{h1} \\ \dot{x}_{h2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -w_0^2 & -2\zeta w_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{h1} \\ x_{h2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_w \end{bmatrix} w_h \\ y_h &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{h1} \\ x_{h2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.45)$$

Este modelo es altamente aplicable en el diseño de sistemas de control debido a su simplicidad.

2.5.2. Ecuaciones para el modelado de las corrientes marinas

El efecto de las corrientes marinas se añade al modelo no lineal de 6 *GDL* del vehículo mediante el término ν_r (velocidad relativa), ecuación 2.38. La velocidad relativa se define como:

$$\nu_r = \nu - \mathbf{V}_c \quad (2.46)$$

siendo ν el vector velocidad del vehículo definido en la ecuación 2.1 y $\mathbf{V}_c = [u_c, v_c, w_c, 0, 0, 0]^T$ es el vector que representa la velocidad de las corrientes referido a *OB*, considerando que las mismas no generan movimientos rotacionales en el vehículo.

Los componentes de velocidad referidos a *OE* (u_c^E, v_c^E, w_c^E) se relacionan con el vector \mathbf{V}_c mediante dos ángulos: el ángulo de ataque (α_c) y el ángulo de desplazamiento lateral (β_c). Para esta investigación resulta de interés solo obtener un modelo bidimensional de las corrientes, por lo que la estructura del vector \mathbf{V}_c solo tiene en cuenta a las componentes (u_c, v_c) considerando que $\alpha_c = 0$, de manera que las ecuaciones que permiten determinar los términos de velocidad de las corriente referidas a *OE* quedan en función del módulo del vector de velocidad de la corrientes V_{ca} y del ángulo β_c (Fossen, 1994):

$$u_c^E = V_{ca} \cos \beta_c \quad v_c^E = V_{ca} \sin \beta_c \quad (2.47)$$

Para obtener las componentes de velocidad de las corrientes referidas a *OB* se hace necesario aplicar las transformaciones de coordenadas mediante los ángulos de *Euler*, obteniéndose (Fossen, 2002):

$$\begin{bmatrix} u_c \\ v_c \end{bmatrix} = \mathbf{J}_1(\eta_2)^T \begin{bmatrix} u_c^E \\ v_c^E \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

2.6. Modelos dinámicos linealizados

Los vehículos subacuáticos deben realizar complejas maniobras en entornos difíciles, por tal motivo la ecuación 2.7 no resulta útil para el diseño del sistema de control convencional y desacoplado de un *AUV*. Una solución alternativa consiste en dividir el sistema en subsistemas entre los cuales exista poca interacción. Esta descomposición es posible llevarla a cabo debido a las propiedades geométricas y al alto grado de simetría con que cuenta el *HRC – AUV*, además, la misma es ampliamente reportada en la literatura (Jalving, 1994; Fossen, 2002; Isiyel, 2003).

Los tres subsistemas en que se divide el modelo de 6 *GDL* del *HRC – AUV* y sus variables de estado son:

- Subsistema lateral, es utilizado para las maniobras de dirección del vehículo. Variables de estado: v , r y ψ .
- Subsistema longitudinal, empleado para las maniobras de emersión-inmersión del vehículo. Variables de estado: w , q , θ y z .
- Subsistema horizontal, utilizado para el diseño del sistema de navegación. Variables de estado: u , v y r .

La dinámica del balanceo ϕ no se ha tenido en cuenta debido a la distancia vertical existente entre el centro de flotabilidad y el centro de gravedad (BG_z), la cual es capaz de suprimir el momento provocado por la hélice.

Las ecuaciones lineales de movimiento se obtienen al linealizar las expresiones 2.4 y 2.38 alrededor de un punto de operación determinado (Isiyel, 2003). En tal sentido el punto de operación general queda definido de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{r0} &= [u_{r0}, v_{r0}, w_0, p_0, q_0, r_0]^T \\ \boldsymbol{\eta}_0 &= [x_0, y_0, z_0, \phi_0, \theta_0, \psi_0]^T \end{aligned} \quad (2.49)$$

La linealización se realiza en función de pequeñas variaciones alrededor del punto de operación. Estas variaciones se definen como:

$$\Delta \mathbf{v}_r = \mathbf{v}_r - \mathbf{v}_{r0}, \quad \Delta \boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}_0, \quad \Delta \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}_0 \quad (2.50)$$

La ecuación 2.38 se puede linealizar utilizando la siguiente aproximación:

$$M \Delta \dot{\mathbf{v}}_r + \left. \frac{\partial \mathbf{C}(\mathbf{v}_r) \mathbf{v}_r}{\partial \mathbf{v}_r} \right|_{\mathbf{v}_{r0}} \Delta \mathbf{v}_r + \left. \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{v}_r) \mathbf{v}_r}{\partial \mathbf{v}_r} \right|_{\mathbf{v}_{r0}} \Delta \mathbf{v}_r + \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})}{\partial \boldsymbol{\eta}} \right|_{\boldsymbol{\eta}_0} \Delta \boldsymbol{\eta} = \Delta \boldsymbol{\tau} \quad (2.51)$$

A esta expresión se llega luego de desarrollar mediante series de *Taylor* la ecuación 2.38, evaluándola en el punto de operación definido en la ecuación 2.49 acorde a las variaciones establecidas y despreciando los términos de orden superior (Fossen, 1994).

Por su parte, para aproximar linealmente la ecuación cinemática 2.4 se produce una variación alrededor de $\boldsymbol{\eta}_0$, obteniéndose como ecuación perturbada:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_0 + \Delta\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}_0 + \Delta\boldsymbol{\eta})(\mathbf{v}_{r0} + \Delta\mathbf{v}) \quad (2.52)$$

Si se sustituye la condición inicial $\dot{\boldsymbol{\eta}}_0 = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}_0)\mathbf{v}_{r0}$ en la ecuación 2.52 y se linealiza alrededor del punto de operación definido en la ecuación 2.49, sin tener en cuenta los términos de segundo orden, se obtiene:

$$\Delta\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}_0)\mathbf{v}_r + [\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}_0 + \Delta\boldsymbol{\eta}) - \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}_0)]\mathbf{v}_{r0} \quad (2.53)$$

Las ecuaciones lineales en forma de espacio-estado pueden obtenerse a partir de considerar que el vehículo se mueve con velocidades u_{r0} y w_0 desiguales de cero. Es necesario considerar además que en estado estable las componentes de las velocidades lineales y angulares son: $v_{r0} = p_0 = q_0 = r_0 = 0$ y que el punto de operación está definido por $\phi_0 = \theta_0 = 0$ (Fossen, 1994). Para estas condiciones de operación y definiendo a $\mathbf{x}_1 = \Delta\mathbf{v}$ y $\mathbf{x}_2 = \Delta\boldsymbol{\eta}$ como las variables de estado, la estructura del modelo lineal del *HRC – AUV* en espacio de estado está dada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{C} + \mathbf{D}) & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{g} \\ \mathbf{J} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \quad (2.54)$$

Las matrices \mathbf{M} , \mathbf{C} y \mathbf{D} , así como el vector \mathbf{g} , se corresponden con los definidos en las secciones anteriores evaluadas en el punto de operación.

Atendiendo a que se asume que $\psi_0 = \text{constante}$ y que $\phi_0 = \theta_0 = 0$, la matriz de transformación cinemática \mathbf{J} queda definida de la siguiente manera:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad \text{siendo } \mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} c\psi_0 & -s\psi_0 & 0 \\ s\psi_0 & c\psi_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

La representación lineal en el espacio de estado de las ecuaciones de movimiento, expresada mediante la ecuación 2.54, sirve de base para obtener los modelos simplificados correspondientes a los subsistemas lateral, longitudinal y horizontal del *HRC – AUV*.

2.6.1. Subsistema lateral

La dinámica del vehículo para el subsistema lateral se puede describir a partir de las siguientes expresiones (Jalving, 1994):

$$\begin{aligned} Y &= m\dot{v}_r + mu_{r0}r \\ N &= I_{zz}\dot{r} \end{aligned} \quad (2.56)$$

Por su parte, la relación de transformación cinemática correspondiente al término ψ teniendo en cuenta las condiciones de operación del vehículo, está definida por:

$$\dot{\psi} = \frac{s\theta_0}{c\theta_0}q + \frac{c\phi_0}{c\theta_0}r \approx r \quad (2.57)$$

Las fuerzas Y y momentos N agrupan los términos relacionados con las masas añadidas, los coeficientes lineales de amortiguamiento y las ganancias del timón de cola del *HRC – AUV* en el subsistema lateral.

$$\begin{aligned} Y &= Y_{\dot{v}}\dot{v}_r + Y_v v_r + \tau_Y \\ N &= N_{\dot{r}}\dot{r} + N_r r + \tau_N \end{aligned}$$

Los términos τ_Y y τ_N se obtienen a partir de la ecuación 2.37 tal como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} \tau_Y \\ \tau_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_2 \\ b_5 \end{bmatrix} \delta_T \quad (2.58)$$

Las expresiones anteriores se pueden expresar de manera compacta como:

$$\begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & 0 & 0 \\ 0 & I_{zz} - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_r \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -Y_v & m u_{r0} & 0 \\ 0 & -N_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r \\ r \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_2 \\ b_5 \end{bmatrix} \delta_T \quad (2.59)$$

La expresión anterior puede escribirse en forma de espacio de estado como:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_r \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_v}{m - Y_{\dot{v}}} & -\frac{m u_{r0}}{m - Y_{\dot{v}}} & 0 \\ 0 & \frac{N_r}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{b_2}{m - Y_{\dot{v}}} \\ \frac{b_5}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_T \quad (2.60)$$

La ecuación 2.60 constituye la representación dinámica en el espacio de estado del modelo de 3 *GDL* del subsistema lateral del *HRC – AUV*. A partir de este modelo es posible obtener la función de transferencia entre el ángulo de guiñada del vehículo y el ángulo del timón horizontal como:

$$\frac{\psi(s)}{\delta_T(s)} = \frac{b_5}{(I_{zz} - N_{\dot{r}})s^2 - N_r s} \quad (2.61)$$

Esta representación mediante función de transferencia se conoce como modelo de *Nomoto* y es ampliamente empleada para el diseño de autopilotos (Fossen, 2011). En el caso del *HRC – AUV* es utilizada para diseñar el control de rumbo del vehículo.

2.6.2. Subsistema longitudinal

A continuación se presentan las expresiones que rigen el comportamiento de un *AUV* en el plano vertical (Jalving, 1994).

$$\begin{aligned} Z &= m(\dot{w} - u_{r0}q) \\ M &= I_{yy}\dot{q} \end{aligned} \quad (2.62)$$

Las fuerzas externas Z y momentos M que agrupan los términos de masas añadidas, los coeficientes lineales de amortiguamiento y las ganancias relacionadas con el estabilizador de cola del *HRC – AUV* en el plano vertical, se definen como:

$$\begin{aligned} Z &= Z_{\dot{w}}\dot{w} + Z_w w + \tau_Z \\ M &= M_{\dot{q}}\dot{q} + M_q q - mg(z_B - z_G) \sin \theta + \tau_M \end{aligned} \quad (2.63)$$

los elementos τ_Z y τ_M se obtienen a partir de la ecuación 2.37:

$$\begin{bmatrix} \tau_Z \\ \tau_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \delta_E \quad (2.64)$$

Teniendo en cuenta las condiciones de operación del vehículo previamente definidas, es posible aplicar la siguiente aproximación: $\sin \theta \approx \theta$. Si además, se sustituye $z_B - z_G$ por BG_z , la ecuación 2.62 se puede reescribir como:

$$\begin{aligned} Z_{\dot{w}}\dot{w} + Z_w w + b_3 \delta_E &= m(\dot{w} - u_{r0}q) \\ M_{\dot{q}}\dot{q} + M_q q - WB G_Z \theta + b_4 \delta_E &= I_{yy}\dot{q} \end{aligned} \quad (2.65)$$

Las relaciones cinemáticas a partir de las transformaciones de ángulos de *Euler* que se establecen en el plano vertical quedan definidas por:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= -\theta u_{r0} + w \\ \dot{\theta} &= q \end{aligned} \quad (2.66)$$

Las ecuaciones 2.65 y 2.66 se pueden escribir de manera compacta como:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & (I_{yy} - M_{\dot{q}}) & 0 & 0 \\ (m - Z_{\dot{w}}) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & u_{r0} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -M_q & WB G_Z & 0 \\ -Z_w & -m u_{r0} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \theta \\ q \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_4 \\ b_3 \end{bmatrix} \delta_E \quad (2.67)$$

Los resultados de simulación y pruebas reales indican que durante el proceso de inmersión w es pequeña (Jalving, 1994). Teniendo en cuenta esta consideración, la ecuación 2.67

queda de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -u_{r0} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{WBG_z}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} & \frac{M_q}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \theta \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{b_4}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} \end{bmatrix} \delta_E \quad (2.68)$$

La ecuación 2.68 constituye la representación dinámica en ecuaciones de estado del movimiento del *HRC – AUV* en el plano longitudinal. A partir de este modelo, es posible obtener la función de transferencia entre el ángulo de cabeceo del vehículo y el ángulo del estabilizador de cola, y la relación transferencial entre la profundidad y el ángulo de cabeceo.

$$\frac{\theta(s)}{\delta_E(s)} = \frac{b_4}{(I_{yy} - M_{\dot{q}})s^2 - M_q s + WBG_z} \quad (2.69)$$

$$\frac{z(s)}{\theta(s)} = \frac{-u_{r0}}{s} \quad (2.70)$$

Estas funciones de transferencias son las empleadas para diseñar el sistema de control de profundidad del vehículo.

2.6.3. Subsistema horizontal

El movimiento en el plano horizontal de embarcaciones marítimas se describe en función del avance, del desplazamiento lateral y del ángulo de guiñada del vehículo. Esto implica que los estados que resultan de interés quedan definidos por los vectores $\mathbf{v}_{r0} = [u_r, v_r, r_r]^T$ y $\hat{\boldsymbol{\eta}}_0 = [x, y, \psi]^T$, siendo el vector de mando $\hat{\boldsymbol{\tau}} = [\tau_X, \tau_Y, \tau_N]^T$.

Para este subsistema la ecuación 2.38 queda como:

$$\hat{M}\hat{\mathbf{v}}_r + \hat{C}(\hat{\mathbf{v}}_r)\hat{\mathbf{v}}_r + \hat{D}(\hat{\mathbf{v}}_r)\hat{\mathbf{v}}_r + \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\eta}}) = \hat{\boldsymbol{\tau}} \quad (2.71)$$

La expresión anterior al expandirse queda como:

$$\begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_r \\ \dot{v}_r \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -X_u - X_{u|u}|u_{r0}| & 0 & 0 \\ 0 & -Y_v & 0 \\ 0 & 0 & -N_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ v_r \\ r \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} 0 & 0 & (-m + Y_{\dot{v}})v \\ 0 & 0 & (m - X_{\dot{u}})u \\ (m - Y_{\dot{v}})v & (-m + X_{\dot{u}})u & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \\ 0 & b_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |n|n \\ \delta T \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

El punto de operación general establecido en la ecuación 2.49 para este subsistema se reduce a:

$$\mathbf{v}_{r0} = [u_{r0}, 0, 0]^T, \quad \hat{\boldsymbol{\eta}}_0 = [0, 0, \psi_0]^T \quad (2.73)$$

Por su parte, las variaciones que se producen alrededor de este punto de operación se establecen a continuación:

$$\Delta \hat{\nu}_r = [\Delta u_r, \Delta v_r, \Delta r_r]^T, \quad \Delta \hat{\eta} = [\Delta x, \Delta y, \Delta \psi]^T \quad (2.74)$$

A partir de la ecuación 2.51, y teniendo en cuenta el punto de operación y las variaciones establecidas para este subsistema mediante las ecuaciones 2.73 y 2.74, respectivamente, es posible obtener la aproximación lineal siguiente para las maniobras de navegación:

$$\hat{M}\Delta \hat{\nu}_r + \hat{C}\Delta \hat{\nu}_r + \hat{D}\Delta \hat{\nu}_r = \Delta \hat{\tau} \quad (2.75)$$

donde

$$\hat{M} = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} - N_{\dot{r}} \end{bmatrix}, \quad \hat{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (m - X_{\dot{u}})u_{r0} \\ 0 & (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}})u_{r0} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{D} = \begin{bmatrix} X_u + X_{u|u}|u_r| & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 \\ 0 & 0 & N_r \end{bmatrix}, \quad \Delta \hat{\tau} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \\ 0 & b_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n |n| \\ \delta T \end{bmatrix}$$

La matriz de transformación cinemática linealizada $\hat{J}(\hat{\eta}_0)$, atendiendo a las condiciones de operación establecidas, es igual al término matricial J_1 definido en la ecuación 2.55.

Teniendo en cuenta todos los aspectos tratados se puede establecer la estructura del modelo lineal en espacio-estado para el plano horizontal como:

$$\begin{bmatrix} \Delta \hat{\nu}_r \\ \hat{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\hat{M}^{-1}(\hat{C}(\hat{\nu}_{r0}) + \hat{D}(\hat{\nu}_{r0})) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \hat{J}(\hat{\eta}_0) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{\nu}_r \\ \hat{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{M}^{-1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \Delta \hat{\tau} \quad (2.76)$$

Este modelo está siendo desarrollado por *GARP* en una investigación que se desarrolla en paralelo (Martínez, 2013), con vistas a diseñar el sistema de navegación del *HRC – AUV*.

2.7. Modelos para el diseño de observadores

Los modelos para el diseño de los observadores son diferentes a los modelos que se utilizan para el control, ya que su propósito es representar la dinámica asociada con los sensores y el sistema de navegación, así como con las perturbaciones. Las principales perturbaciones medioambientales que afectan a los *AUV* durante su navegación son las olas y las corrientes marinas. En esta investigación solo se tendrá en cuenta, en los modelos para el diseño de los observadores, el efecto provocado por el oleaje.

La Figura 2-2 (Kent Hagen, 2008) representa la afectación del oleaje para distintos valores de profundidad. Los colores más intensos simbolizan la mayor afectación, lo cual coincide

con pequeños valores de profundidad. Teniendo en cuenta que el *HRC – AUV* está diseñado para operar en profundidades cercanas a las superficie, resulta necesario modelar las afectaciones que producen las olas en el rumbo y en la profundidad del vehículo.

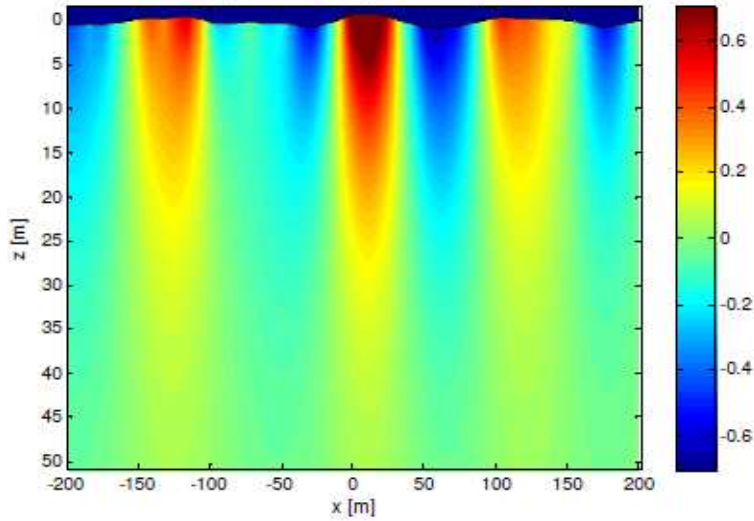


Figura 2–2: Niveles de afectación de las olas en relación con la profundidad del mar.

Las fuerzas causadas por las olas usualmente se modelan como la suma de un componente lineal y uno no lineal (Fossen, 2009), tal como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\tau_{olas} = \tau_{lin} + \tau_{nlin} \tag{2.77}$$

El segundo término de la ecuación 2.77 representa las variaciones de baja frecuencia (*BF*), generalmente se trata como una entrada perturbadora al sistema y se modela como un término de desviación o bias (Fossen, 2009). En este trabajo este término será desechado. Por otra parte, el término τ_{lin} está relacionado con las variaciones de alta frecuencia (*AF*) de las olas y se modela haciendo uso de la aproximación de segundo orden, ecuación 2.42, que determina la altura de las olas en un espectro determinado (Fossen, 2002). Con esta función de transferencia se pretende representar la afectación que provocan las olas en las mediciones de rumbo y profundidad.

La estructura del modelo en espacio de estado que se utiliza en el diseño de observadores está dada por:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_f \mathbf{x} + \mathbf{B}_f \mathbf{u} + \mathbf{E}_f \mathbf{w} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_f \mathbf{x} + \nu \end{aligned} \tag{2.78}$$

La expresión de la señal de salida \mathbf{y} se define en el proceso de diseño del observador, donde el vector \mathbf{C}_f se expresa en función de los estados que se desean estimar y ν representa el ruido presente en la medición.

2.7.1. Modelo para el observador de rumbo

La ecuación 2.79 representa la afectación del oleaje en la medición de rumbo utilizando para ello la aproximación de segundo orden.

$$\psi_{AF}(s) = \frac{K_\omega s}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} w_H(s) \quad (2.79)$$

donde $w_H(s)$ se representa mediante un ruido blanco de media cero, ψ_{AF} es el ángulo de rumbo inducido por las olas, y los términos K_ω , ω_0 y ζ coinciden con los definidos en la sección 2.5.1.

La dinámica del movimiento de cualquier vehículo marino se determina aplicando el principio de superposición lineal, dividiéndose en un componente de baja frecuencia (BF) y en otro de alta frecuencia (AF) (Garcia-Garcia, 2012).

$$\psi = \psi_{BF} + \psi_{AF} \quad (2.80)$$

Los términos de baja frecuencia tienen que ver con la dinámica propia del vehículo expresada, para el caso del rumbo, a través del modelo de *Nomoto*. Por su parte, los términos de alta frecuencia están relacionados con las afectaciones provocadas por el oleaje. Las siguientes expresiones representan en ecuaciones de estados los términos de baja y alta frecuencia relacionados con el rumbo:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_{BF} &= r_{BF} \\ r_{BF} &= \frac{N_r}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} r_{BF} + \frac{b_5}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} \delta_T \\ \dot{\xi}_{AF} &= \psi_{AF} \\ \dot{\psi}_{AF} &= -2\zeta\omega_0 \psi_{AF} - \omega_0^2 \xi_{AF} + K_\omega w_H \end{aligned} \quad (2.81)$$

donde ψ_{BF} y r_{BF} son los estados de baja frecuencia, ψ_{AF} es el estado de alta frecuencia referido a la afectación que producen las olas en la medición del rumbo y ξ_{AF} es un estado de alta frecuencia que se introduce para la representación en espacio de estado de la aproximación de segundo orden.

El modelo en espacio de estado que representa la dinámica de rumbo afectada por el oleaje y que puede utilizarse en el diseño de observadores, queda expresado como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi}_{BF} \\ r_{BF} \\ \dot{\xi}_{AF} \\ \dot{\psi}_{AF} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{N_r}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_0^2 & -2\zeta\omega_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{BF} \\ r_{BF} \\ \xi_{AF} \\ \psi_{AF} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{b_5}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_T + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & K_\omega \end{bmatrix} w_H \quad (2.82)$$

2.7.2. Modelo para el observador de profundidad

El procedimiento para definir el modelo para el observador de profundidad es similar al detallado en la sección anterior. Se representa la afectación del oleaje en la medición de profundidad utilizando para ello la aproximación de segundo orden, tal como se muestra a continuación:

$$z_{AF}(s) = \frac{K_\omega s}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} w_H(s) \quad (2.83)$$

donde $w_H(s)$ se representa mediante un ruido blanco de media cero, z_{AF} es la afectación en la profundidad provocada por las olas y los términos K_ω , ω_0 y ζ coinciden con los definidos en la sección 2.5.1.

Si se multiplican ambos miembros de la ecuación 2.83 y se aplica la transformada inversa de *Laplace*, es posible plantear la siguiente expresión que define la afectación del oleaje en la posición z en función del tiempo.

$$z_{AF}'' = -\omega_0^2 z_{AF} - 2\zeta\omega_0 z_{AF}' + K_\omega w_H \quad (2.84)$$

Teniendo en cuenta que $\dot{z} = -u_0\theta$, entonces se puede plantear que $\ddot{z} = -u_0\dot{\theta}$. Al sustituir esta última expresión en la ecuación 2.84, se obtiene:

$$\theta_{AF}' = \frac{\omega_0^2}{u_0} z_{AF} - 2\zeta\omega_0 \theta_{AF} - \frac{K_\omega}{u_0} w_H \quad (2.85)$$

Aplicando el principio de superposición es posible dividir la dinámica de profundidad en términos de baja y alta frecuencia.

$$z = z_{BF} + z_{AF} \quad (2.86)$$

Los términos de baja frecuencia tienen que ver con la dinámica de profundidad, expresada a través de las funciones de transferencias definidas en las ecuaciones 2.69 y 2.70. Por su parte, los términos de alta frecuencia están relacionados con las afectaciones provocadas por el oleaje. Las siguientes expresiones representan en ecuaciones de estados los términos de baja y alta frecuencia relacionados con la profundidad.

$$\begin{aligned} z_{BF}' &= -\theta_{BF} u_0 \\ \theta_{BF}' &= q_{BF} \\ q_{BF}' &= \frac{M_q}{I_{yy} - M_q} q_{BF} - \frac{WBG_z}{I_{yy} - M_q} \theta_{BF} + \frac{b_4}{I_{yy} - M_q} \delta_E \\ z_{AF}' &= -\theta_{AF} u_0 \\ \theta_{AF}' &= -2\zeta\omega_0 \theta_{AF} + \frac{\omega_0^2}{u_0} z_{AF} - \frac{K_\omega}{u_0} w_H \end{aligned} \quad (2.87)$$

donde z_{BF} , θ_{BF} y q_{BF} son los estados de baja frecuencia, z_{AF} y θ_{AF} son los estados de alta frecuencia relacionados con la afectación que producen las olas en la medición de profundidad y del ángulo de cabeceo, respectivamente.

El modelo en espacio de estado que representa la dinámica de profundidad teniendo en cuenta el efecto del oleaje y que puede utilizarse en el diseño de observadores, queda expresado como:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{BF} \\ \dot{\theta}_{BF} \\ \dot{q}_{BF} \\ \dot{z}_{AF} \\ \dot{\theta}_{AF} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -u_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{WBG_z}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} & \frac{M_{\dot{q}}}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -u_0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\omega_0^2}{u_0} & -2\varphi\omega_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{BF} \\ \theta_{BF} \\ q_{BF} \\ z_{AF} \\ \theta_{AF} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{b_4}{I_{yy}-M_{\dot{q}}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_E + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{K_w}{u_0} \end{bmatrix} w_H \quad (2.88)$$

2.8. Consideraciones finales del capítulo

En este capítulo se han utilizado los postulados de *Newton* para derivar las ecuaciones dinámicas no lineales para el movimiento de un *AUV* en los 6 *GDL*. Las ecuaciones cinemáticas se representan mediante los ángulos de *Euler*.

La estructura del modelo no lineal del *HRC – AUV* presentada tiene como principal propósito emplearse en la simulación en tiempo real del vehículo. Las ecuaciones no lineales de movimiento, previamente divididas en subsistemas, se linealizan con el objetivo de diseñar los controladores. Además, se presentan modelos reducidos que incluyen el efecto del oleaje para utilizarlos en el diseño de observadores. Los coeficientes de los que dependen tanto el modelo no lineal como los linealizados, se pueden calcular combinando la vía analítica y la experimental, a partir de consideraciones realizadas que tienen en cuenta las características físicas y de operación del *AUV*.

CAPÍTULO 3

MODELOS DINÁMICOS PARA EL *HRC – AUV*

3.1. Introducción

En este capítulo se detallan los procedimientos aplicados para el cálculo de los parámetros que forman parte de los modelos del *HRC – AUV*. Los parámetros se calculan a partir de los datos geométricos, inerciales y experimentales del *AUV*. Además del modelo no lineal de 6 *GDL*, se presentan los modelos que se utilizan en el diseño de los controladores y observadores de estados. Para constatar la validez del modelo no lineal se realizan un conjunto de simulaciones y pruebas con el vehículo.

3.2. Modelo dinámico no lineal de 6 *GDL* y modelos de 3 *GDL* para el control

El modelo no lineal de 6 *GDL* constituye la representación más exacta del *HRC – AUV*. En este modelo se incluyen todos los coeficientes relacionados con la dinámica del cuerpo rígido, las masas añadidas, el amortiguamiento, las fuerzas y momentos gravitacionales y de entradas de control, así como el efecto del oleaje y las corrientes marinas.

Los valores geométricos e inerciales del *HRC – AUV* que sirven de base para el cálculo de las matrices del cuerpo rígido se presentan en la Tabla 1-1. Por su parte, los términos de masas añadidas, que forman parte de la matriz \mathbf{M}_A definida mediante la ecuación 2.14, se calcularon utilizando las expresiones 2.16, 2.17, 2.18 y 2.19, luego de aproximar la geometría del vehículo a un elipsoide alargado, obteniéndose los siguientes valores: $X_{\dot{u}} = -250,84 \text{ kg}$, $Y_{\dot{v}} = Z_{\dot{w}} = -3 \text{ 834 kg}$, $K_{\dot{p}} = 0$ y $M_{\dot{q}} = N_{\dot{r}} = -15 \text{ 572 kgm}^2$.

La matriz \mathbf{M} del modelo no lineal de 6 *GDL* del *HRC – AUV*, resultante de la ecuación 2.20, queda determinada como:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 4345,4 & 0 & 0 & 0 & 91 & 0 \\ 0 & 7929 & 0 & -91 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7929 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -91 & 0 & 450,1 & 0 & -275 \\ 91 & 0 & 0 & 0 & 36582 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -275 & 0 & 36388 \end{bmatrix}$$

mientras que la matriz $\mathbf{C}(\mathbf{v})$, según la ecuación 2.21, queda como:

$$\mathbf{C}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 91r & 7929w & -7929v \\ 0 & 0 & 0 & -7929w & 91r & 4535,4u \\ 0 & 0 & 0 & 7929v - 91p & -4535,4u - 91q & 0 \\ -91r & 7929w & -7929v + 91p & 0 & -275p + 36388r & -36582q \\ -7929w & -91r & 4535,4u + 91q & 275p - 36388r & 0 & 450,1p - 275r \\ 7929v & -4535,4u & 0 & 36582q & -450,1p + 275r & 0 \end{bmatrix}$$

El vector de fuerzas gravitacionales y de flotabilidad $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$ para el HRC – AUV, según la ecuación 2.29, queda calculado como:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} 0, & 0, & 0, & 890,5c\theta s\phi, & 890,5s\theta, & 0 \end{bmatrix}^T$$

Hasta este momento continúan siendo incógnitas los parámetros que forman parte de la matriz de amortiguamiento $\mathbf{D}(\mathbf{v})$ y del vector $\boldsymbol{\tau}$. Los valores numéricos de estos términos deben ser estimados experimentalmente. En la siguiente sección se describen los experimentos realizados con vistas a estimar estos parámetros.

3.2.1. Pruebas experimentales

Los parámetros dinámicos correspondientes a la matriz de amortiguamiento y al vector de fuerzas y momentos de control se calculan a partir de los datos recopilados en experimentos sencillos realizados en el mar con el vehículo. Los modelos linealizados presentados en la sección 2.6 sirven de base para calcular los coeficientes que forman parte de cada uno de los subsistemas en que se divide la representación dinámica del vehículo. Estos modelos, una vez determinados, se utilizan en el diseño de los controladores de rumbo y profundidad.

Experimento en el subsistema lateral

Las maniobras tipo *zig-zag* son ampliamente utilizadas en experimentos con el AUV en superficie para determinar los parámetros correspondientes a la matriz $\mathbf{D}(\mathbf{v})$ y al vector $\boldsymbol{\tau}$, que forman parte del modelo lineal del subsistema lateral (Miskovic, 2008).

Con el HRC – AUV en superficie, avanzando a una velocidad predeterminada, se hizo girar el timón horizontal provocando un cambio en el curso del vehículo. Una vez que el vehículo cambia su rumbo se aplica un giro en el timón horizontal de similar amplitud pero en sentido opuesto. Durante el desarrollo del experimento se registran los valores de posición del timón horizontal (δ_T) y de razón de cambio del ángulo de guiñada ($\dot{\psi}$). Las señales de entrada (δ_T) y salida ($\dot{\psi}$) se procesan utilizando la herramienta *ident* del software *Matlab*[®]. A partir de la estructura presentada en la ecuación 2.61 se estima la dinámica del rumbo del vehículo utilizando la técnica *Process Model*.

La Figura 3–1 presenta la salida del modelo estimado con respecto a la medición original. El modelo se evalúa acorde al parámetro de ajuste de curva (*FIT*) alcanzándose un valor cercano al 50 %.

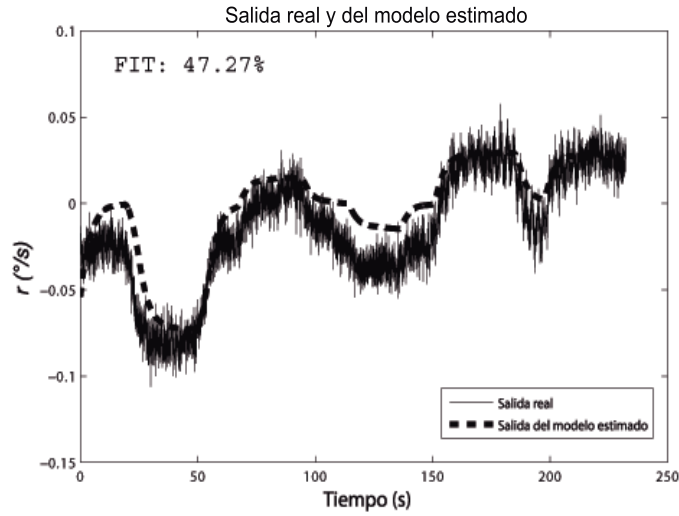


Figura 3–1: Salida del modelo estimado y salida real obtenida durante el experimento.

El modelo calculado mediante identificación experimental, de estructura similar al mostrado en la ecuación 2.61, se presenta a continuación:

$$\frac{\psi(s)s}{\delta_T(s)} = \frac{0,14}{4s + 1} \quad (3.1)$$

Sustituyendo la ecuación 3.1 en la ecuación 2.61, es posible arribar a las siguientes relaciones:

$$4 = \frac{I_{zz} - N_{\dot{r}}}{-N_r}; \quad 0,14 = \frac{b_5}{-N_r}$$

Tomando en consideración que se conoce el valor numérico de la expresión $I_{zz} - N_{\dot{r}}$, es posible arribar al siguiente resultado:

$$-N_r = 9096,9 \frac{Nm}{rad/s}; \quad b_5 = 1273,56 \frac{Nm}{rad}$$

A partir de estos valores y utilizando las expresiones 2.24 y 2.25, se obtienen los siguientes resultados:

$$-M_q = 9096,9 \frac{Nm}{rad/s}; \quad -Y_v \approx 1219,8 \frac{N}{m/s}$$

El valor de b_2 se puede determinar utilizando la ecuación 2.58:

$$b_2 = \frac{b_5}{l_{xT}} = 318,39 \frac{N}{rad}$$

De esta manera han sido calculados todos los términos correspondientes al modelo dinámico de 3 *GDL* del subsistema lateral del *HRC – AUV*, el cual queda expresado a continuación:

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4,6885 & -15,7462 & 0 \\ 0 & -1,7346 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1,2231 \\ 0,2428 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_T \quad (3.2)$$

Experimento en el subsistema longitudinal

Los parámetros que forman parte de la matriz de amortiguamiento y del vector de fuerzas y momentos de control, cuyos efectos se manifiestan en el subsistema longitudinal del vehículo, se estiman aplicando la técnica de identificación con un relé en lazo cerrado propuesto por Åström (Åström, 1995).

Para establecer la relación entre la profundidad (z) y el estabilizador de cola (δ_E) es necesario estimar mediante pruebas experimentales los términos b_3 y b_4 (ecuación 2.37). Para determinar el valor de b_4 se utilizan los datos obtenidos durante un experimento realizado por el *CIDNAV* (Valeriano-Medina, 2013a). En el experimento se manipula el estabilizador de cola δ_E con un relé de dos posiciones. La señal de mando es una onda cuadrada de amplitud $d = 24$ *grados*, a partir de la cual se registran los valores de z .

En este esquema de identificación se produce un ciclo límite de amplitud a y frecuencia w_c (Figura 3-2). El ciclo límite tiene lugar en el punto donde se interceptan el diagrama polar del subsistema longitudinal $G(jw)$ y el de la función descriptiva $-\frac{1}{N}$ de la no linealidad, siendo iguales los módulos y las fases para valores de frecuencia $w = w_c$.

Debe notarse que la función descriptiva N de un relé de dos posiciones está dada por:

$$N = \frac{4d}{a\pi}; \quad \text{luego} \quad -\frac{1}{N} = -\frac{a\pi}{4d}$$

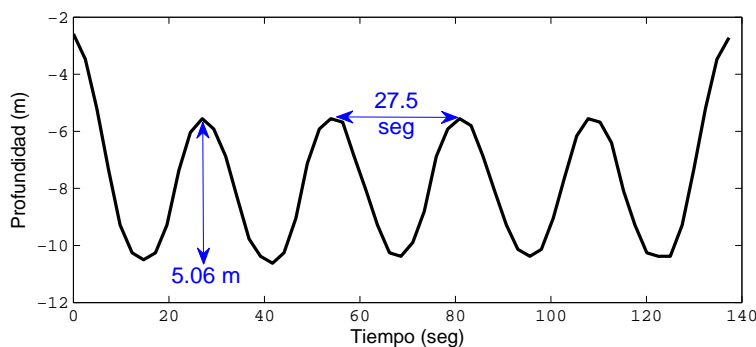


Figura 3-2: Identificación del modelo de profundidad.

Desarrollando las ecuaciones 2.69 y 2.70 se deduce que la función de transferencia de $\frac{Z(s)}{\delta_E(s)}$ queda de la forma:

$$G(s) = \frac{Z(s)}{\delta_E(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (3.3)$$

donde:

$$K = \frac{-u_0 b_4}{WBG_z}; \quad 2\varphi\omega_n = \frac{-M_q}{(I_{yy} - M_{\dot{q}})}; \quad \omega_n^2 = \frac{WBG_z}{(I_{yy} - M_{\dot{q}})} \quad (3.4)$$

de modo que:

$$|G(jw_c)| = \frac{K\omega_n^2}{w_c \sqrt{(2\varphi\omega_n w_c)^2 + (\omega_n^2 - w_c^2)^2}} = \frac{a\pi}{4d} \quad (3.5)$$

El experimento se realiza a una velocidad crucero $u_0 = 1,9 \text{ m/s}$, con estos datos y utilizando las ecuaciones 3.4 y 3.5 se obtiene:

$$b_4 = -2644,5 \text{ Nm/rad}$$

Un análisis más detallado del procedimiento abordado para el cálculo de b_4 aparece en el Anexo B. A partir de la ecuación 2.37 se calcula que:

$$b_3 = -\frac{b_4}{l_{xE}}; \quad b_3 = 661,12 \text{ N/rad.}$$

De esta manera han sido calculados todos los coeficientes que forman parte del modelo dinámico longitudinal de 3 GDL del HRC – AUV, tal como se refleja a continuación:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1,9 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0,0242 & -0,2487 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \theta \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,0723 \end{bmatrix} \delta_E \quad (3.6)$$

Experimento en el subsistema horizontal

Para estimar los términos restantes pertenecientes a la matriz $\mathbf{D}(\mathbf{v})$, se realiza una prueba en el mar donde el HRC – AUV es remolcado a diferentes valores de velocidad u_0 . La fuerza de empuje con que se arrastra el vehículo para cada valor de velocidad se mide con un dinamómetro. Esta fuerza es igual al empuje que suministra el motor cuando el AUV se mueve a velocidad constante.

En la Figura 3-3 se presenta el ajuste de curva realizado a partir de los datos obtenidos. Los valores de empuje para velocidades específicas se muestran mediante círculos, mientras que en línea continua se representa la aproximación polinomial realizada.

$$F_h = 47,487u^2 + 181,45u + 17,426 \quad (3.7)$$

A partir de la ecuación 3.7, es posible calcular los términos lineales y cuadráticos que faltan de la matriz de amortiguamiento.

$$-X_u = 181,45 \frac{N}{m/s}; \quad -X_{u|u} = 47,49 \frac{N}{m^2/s^2};$$

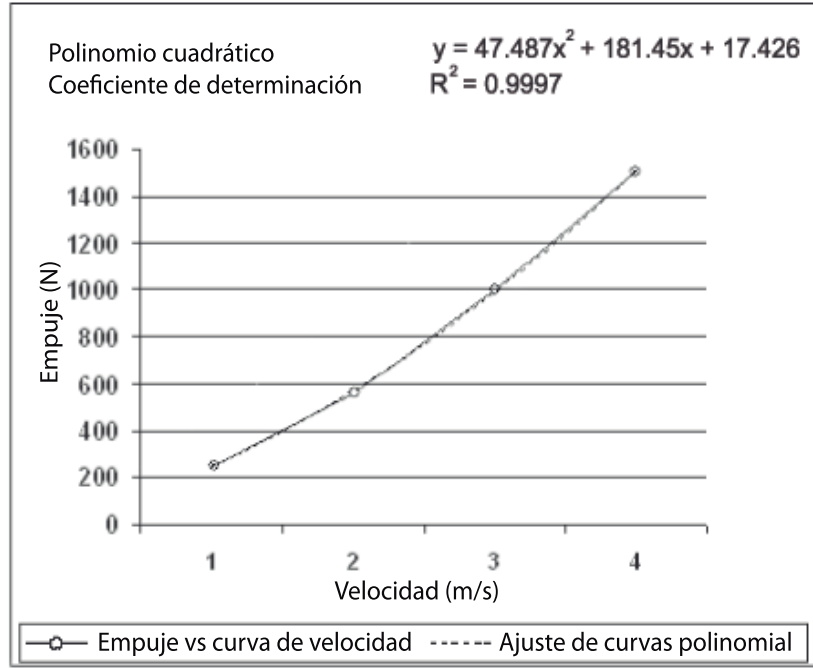


Figura 3–3: Fuerza de empuje contra velocidad.

Finalmente, a partir de la ecuación 2.26 se obtiene el valor de $K_p = -126,62 \frac{Nm}{rad/s}$, por lo que la matriz $D(\mathbf{v})$ del modelo no lineal de 6 *GDL* del *HRC – AUV* queda definida como:

$$D(\mathbf{v}) = -diag\{-181,45, -1219,8, -1219,8, -126,62, -9096,9, -9096,9\} \quad (3.8)$$

Por otra parte, si se sustituye la velocidad crucero del vehículo ($u_0 = 1,9 \text{ m/s}$) en el polinomio de la ecuación 3.7 y se considera que el término independiente como la fricción viscosa, se obtiene que:

$$F_h = 533,62 \frac{N}{m/s}$$

con este valor y teniendo en cuenta que las revoluciones del motor son $n = 52,36 \text{ rad/s}$, se puede calcular mediante la ecuación 2.36 el término de ganancia b_1 como:

$$T_{|n|n} = b_1 = 0,1946 \frac{N}{(rad/s)^2}$$

El vector de fuerzas y momentos producidos por las entradas de control queda definido como:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_X \\ \tau_Y \\ \tau_Z \\ \tau_K \\ \tau_M \\ \tau_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_4 \\ 0 & b_5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |n|n \\ \delta_T \\ \delta_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1946 & 0 & 0 \\ 0 & 318,39 & 0 \\ 0 & 0 & 661,12 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2644,5 \\ 0 & 1273,56 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |n|n \\ \delta_T \\ \delta_E \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

De esta manera han sido calculados todos los términos del modelo no lineal de 6 *GDL* del *HRC – AUV* definidos en la ecuación 2.7. Este modelo permite simular en el dominio del tiempo los movimientos del vehículo durante la ejecución de diversas maniobras. En próximas secciones se evalúan su comportamiento y validez.

3.3. Simulación de los modelos lineales del oleaje y las corrientes marinas

Las olas y las corrientes marinas son las principales perturbaciones que afectan la navegación de los *AUV*. Las olas inciden fundamentalmente en las mediciones de x , y y ψ , pero teniendo en cuenta que el *HRC – AUV* opera a profundidades bajas, también debe considerarse su efecto en las posiciones z y θ . La aproximación lineal de segundo orden definida en la ecuación 2.42 se utiliza para representar el efecto del oleaje en cada una de las variables antes mencionadas. Como entrada del modelo se utiliza un ruido blanco *gaussiano* de media cero. En la Figura 3–4 se presenta el esquema implementado con el paquete de herramientas *GNC* (Perez, 2006) del software *Matlab*[®] para simular el oleaje.

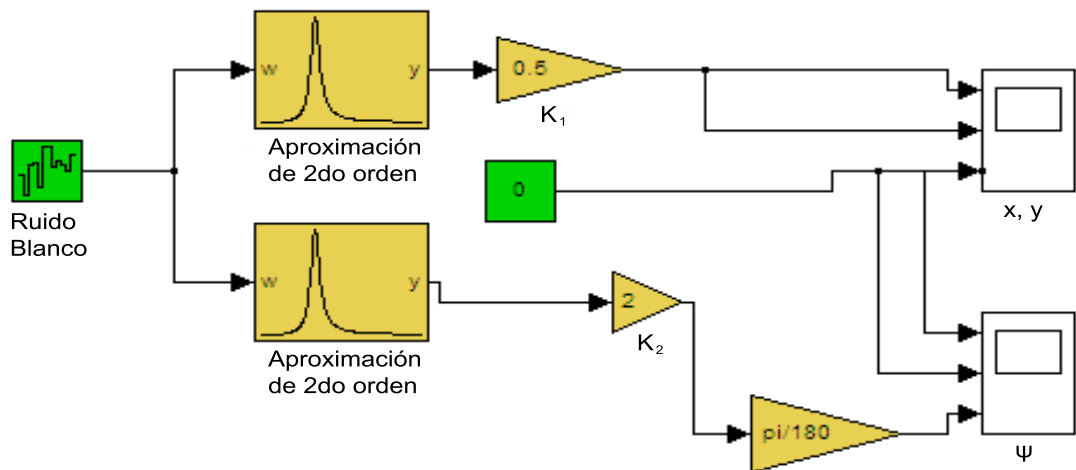


Figura 3–4: Esquema utilizado para la simulación del oleaje

Los términos que forman parte de la aproximación de segundo orden son definidos en la sección 2.5.1. Los valores numéricos de los mismos utilizados en las simulaciones son: $\sigma = 0,5$, $\zeta = 0,1$ y $\omega_0 = 6,0 \text{ rad/s}$, mientras que las ganancias $K_1 = 0,5$ y $K_2 = 2$ se eligen a partir del grado de afectación que provocan las olas en el vehículo. En la Figura 3–5 se muestra la variación que se produce en el movimiento de avance x , en el desplazamiento lateral y y en el ángulo de guiñada del vehículo ψ , al ser simulado el modelo lineal del oleaje. La afectación en los casos de z y θ presenta un comportamiento similar.

El efecto de las corrientes marinas se añade al modelo del vehículo mediante el término \mathbf{v}_r que se define en la ecuación 2.46. Para esta investigación resulta de interés solo obtener un modelo bidimensional de las corrientes, donde el vector $\mathbf{V}_c = [u_c, v_c, 0, 0, 0, 0]^T$ representa la velocidad de las corrientes considerando que las mismas no generan movimientos rotacionales en el vehículo. Las expresiones que representan el efecto que producen las

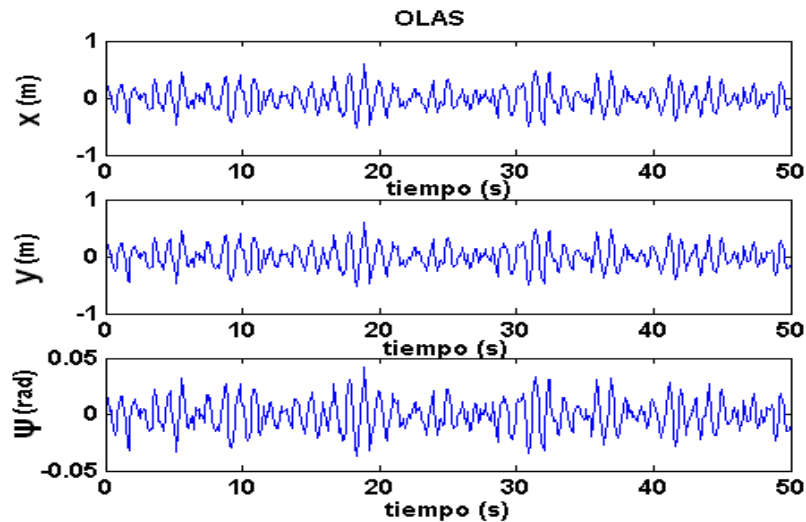


Figura 3–5: Afectación provocada por el oleaje en el plano horizontal

componentes u_c^E y v_c^E se definen en la ecuación 2.47. La Figura 3–6 presenta el esquema implementado con el paquete de herramientas *GNC* del software *Matlab*[®] para simular las corrientes marinas.

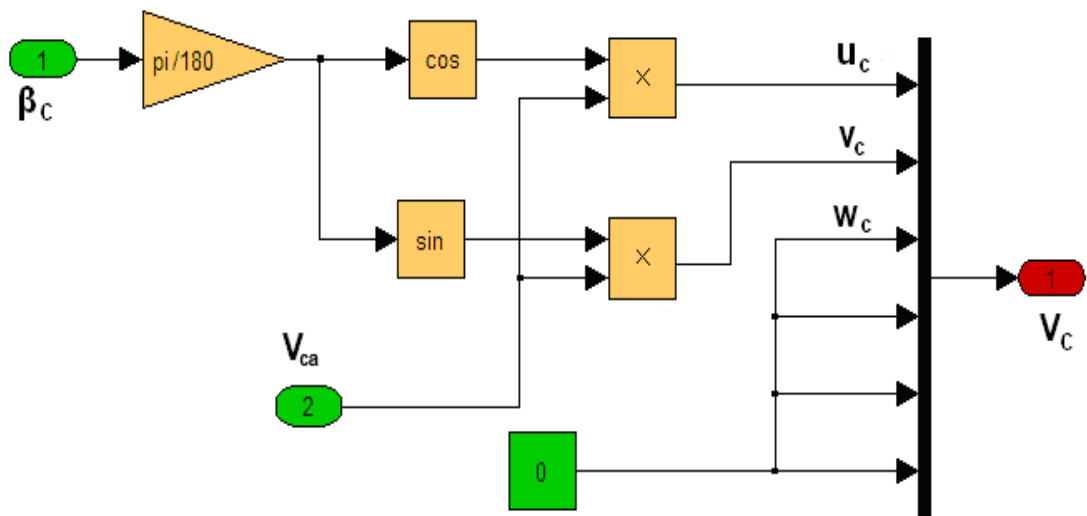


Figura 3–6: Esquema utilizado para la simulación de las corrientes marinas

Los valores de velocidad de las corrientes $V_{ca} = 0,195 \text{ m/s}$ y de dirección de las corrientes $\beta_c = 260^\circ$ son los utilizados en las simulaciones. La Figura 3–7 muestra los resultados al simular las componentes de las corrientes.

3.4. Valores numéricos de los modelos para el diseño de observadores

Para reducir el efecto de las olas en las mediciones del *HRC – AUV* se utilizan algoritmos de filtrado basado en observadores de estado. Estos observadores se presentan en el próximo capítulo, aunque las particularidades de su diseño se presentan en una investigación que se realiza en paralelo.

En las ecuaciones 2.82 y 2.88 se presentan las estructuras dinámicas para la medición de rumbo y la profundidad respectivamente. Estos modelos están en función de los datos

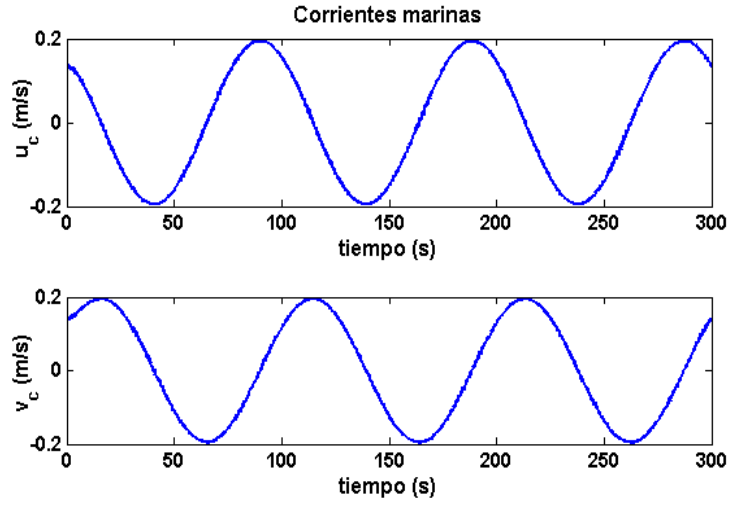


Figura 3–7: Afectación provocada por las corrientes marinas

geométricos, inerciales y experimentales del vehículo que definen los movimientos en los subsistemas lateral y longitudinal, así como de los parámetros principales que se utilizan para representar el efecto del oleaje.

El modelo para el diseño de observadores de estados para el caso del rumbo se presenta en la ecuación 3.10, para lo cual se considera una frecuencia fundamental del oleaje para un espectro *JONSWAP* de $\omega_0 = 6,0 \text{ rad/s}$, los otros datos tenidos en cuenta son: $\sigma = 0,5$ y $\zeta = 0,1$.

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi}_{BF} \\ \dot{r}_{BF} \\ \dot{\xi}_{AF} \\ \dot{\psi}_{AF} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -36 & -1,20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{BF} \\ r_{BF} \\ \xi_{AF} \\ \psi_{AF} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0,035 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_T + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0,60 \end{bmatrix} w_H \quad (3.10)$$

En el caso del modelo para el diseño de los observadores de profundidad, que se presenta a continuación mediante la ecuación 3.11, los valores de σ y ζ correspondientes al oleaje son los mismos que para el modelo de los observadores de rumbo, pero con la diferencia de que la frecuencia fundamental tiene como valor $\omega_0 = 3,08 \text{ rad/s}$.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{BF} \\ \dot{\theta}_{BF} \\ \dot{q}_{BF} \\ \dot{z}_{AF} \\ \dot{\theta}_{AF} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1,9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0,0242 & -0,2487 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1,9 \\ 0 & 0 & 0 & 4,9928 & -0,616 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{BF} \\ \theta_{BF} \\ q_{BF} \\ z_{AF} \\ \theta_{AF} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,0723 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_E + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0,3242 \end{bmatrix} w_H \quad (3.11)$$

3.5. Comportamiento del modelo dinámico no lineal de 6 *GDL*

El modelo no lineal de 6 *GDL* del *HRC – AUV*, definido mediante la ecuación 2.38, constituye la representación dinámica más exacta del vehículo, este modelo es el que se

utiliza para la simulación en el dominio del tiempo de los movimientos del AUV. Las entradas del modelo son las revoluciones del motor y las deflexiones angulares que se producen, tanto en el timón horizontal como en el estabilizador de cola. Por su parte, las salidas son los vectores de velocidad y posición del vehículo. Esta representación incluye los efectos que sobre el vehículo producen las olas y las corrientes marinas.

Un conjunto de maniobras han sido establecidas para evaluar la robustez, el comportamiento y las limitaciones que puede tener el modelo de una embarcación (Fossen, 2002). A continuación se presentan los resultados obtenidos durante la simulación de algunas de estas maniobras utilizando el modelo no lineal de 6 GDL del HRC – AUV. En uno de los casos, las simulaciones se comparan con datos experimentales.

Cuando el vehículo opera a un valor constante de revoluciones del motor, sin deflexión alguna en los timones, debe seguir una trayectoria recta en el plano $x - y$. Durante la simulación de este tipo de maniobra la velocidad de giro del motor se fijó en 500 rpm. En la Figura 3–8 se presentan las dos curvas simuladas, en color azul se presenta la trayectoria obtenida con el modelo sin considerar el efecto de las perturbaciones, mientras que en color rojo se observa la salida del modelo teniendo en cuenta la acción de las olas y de las corrientes marinas. Tal como se puede apreciar, las corrientes provocan una desviación en la trayectoria típica que debe seguir el vehículo. En el caso de las olas se utilizaron los siguientes datos: $\sigma = 0,5$, $\zeta = 0,1$, $\omega_0 = 6,0 \text{ rad/s}$, $K_1 = 0,5$ y $K_2 = 2$. Las corrientes se simularon con un valor de velocidad $V_{ca} = 0,1 \text{ m/s}$ y de dirección de $\beta_c = 10^\circ$.

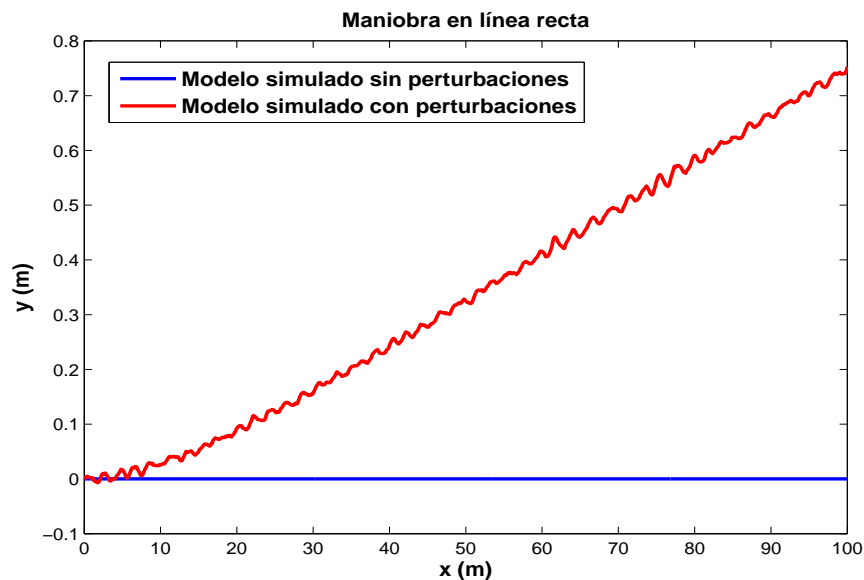
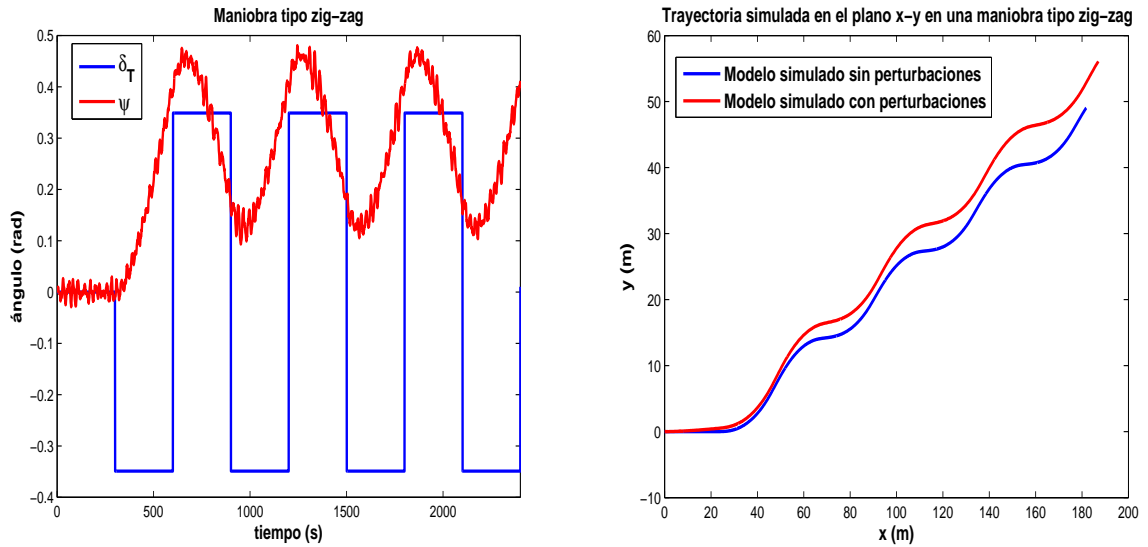


Figura 3–8: Simulación del modelo no lineal de 6 GDL para el seguimiento de una línea recta.

Ante variaciones continuas en el timón horizontal, el vehículo realiza maniobras tipo zig-zag. En la Figura 3–9(a) se muestra cómo varía el ángulo de rumbo en el modelo no lineal del HRC – AUV cuando al timón horizontal se le aplica una onda cuadrada como resultado



(a) Variación del ángulo de rumbo del modelo no lineal de 6 GDL durante una maniobra tipo zig-zag.

(b) Simulación del modelo no lineal de 6 GDL para el seguimiento de una trayectoria en zig-zag.

Figura 3-9: Maniobra tipo zig-zag.

de variar el ángulo de deflexión de 20° a -20° (0.3491 rad a -0.3491 rad). Durante esta simulación la velocidad de giro del motor se mantuvo en 500 rpm y las condiciones del oleaje y las corrientes se mantuvieron invariables con respecto al experimento anterior. Por su parte, en la Figura 3-9(b) se presentan las trayectorias en zig-zag obtenidas a partir del modelo sin y con perturbaciones ante similares variaciones en la señal de entrada. Para este caso los datos siguieron siendo los mismos, pero las corrientes se simularon con valor de velocidad $V_{ca} = 0,1 \text{ m/s}$ y de dirección de $\beta_c = 50^\circ$. Nuevamente se observa la desviación que provoca el efecto de las corrientes.

Hasta el momento los resultados que se han presentado solo incluyen trayectorias en el plano $x - y$, lo cual se logra manteniendo en cero la deflexión del estabilizador de cola. Si el modelo del vehículo se simula ante un valor constante de velocidad de giro del motor y de deflexiones angulares en los timones, entonces las curvas resultantes deberán seguir círculos desplazados verticalmente en dirección contraria a la superficie. En la Figura 3-10 se presentan las trayectorias en espiral obtenidas con el modelo no lineal de 6 GDL del HRC – AUV con y sin perturbaciones para un valor de velocidad de giro del motor de 500 rpm , de $\delta_T = 0,2618 \text{ rad}$ y de $\delta_E = 0,1745 \text{ rad}$. Las condiciones del oleaje se mantuvieron iguales y las corrientes marinas se simularon con $V_{ca} = 0,1 \text{ m/s}$ y $\beta_c = 10^\circ$. Esta maniobra hasta el momento no ha podido ser reproducida en el mar con el vehículo.

Para constatar la validez del modelo no lineal de 6 GDL determinado para el HRC – AUV se realiza una comparación entre los resultados que brinda el modelo y los obtenidos durante un experimento realizado en el mar con el vehículo. Al vehículo en superficie se le aplica una variación constante de -0.455 rad en el timón horizontal, como resultado de la

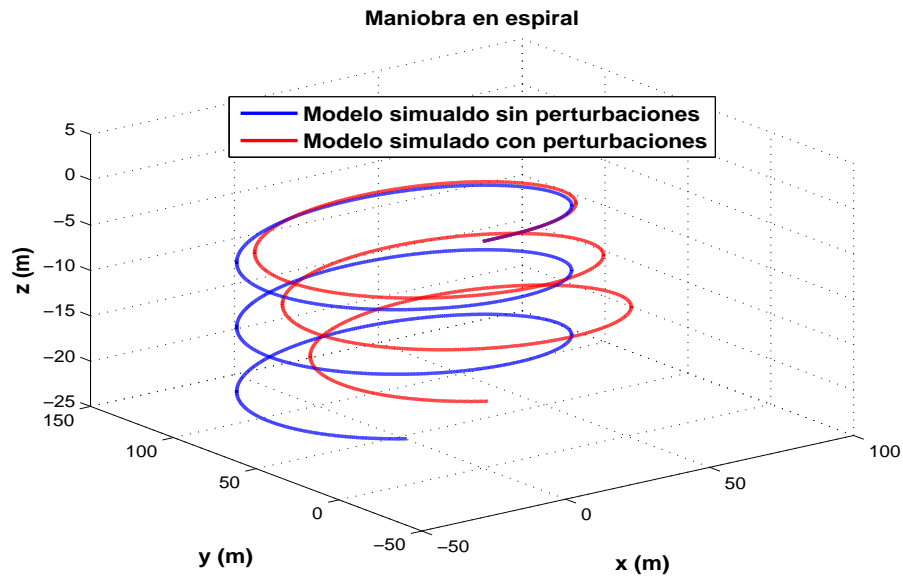


Figura 3–10: Trayectoria simulada con el modelo no lineal de 6 *GDL* en el plano $x - y - z$. misma el *AUV* desarrolla una trayectoria circular en el plano $x - y$. Los datos de posición son obtenidos con el *GPS* instalado en *AUV*. En la Figura 3–11 se presenta la curva que se obtiene al simular esta maniobra con el modelo no lineal de 6 *GDL* incluyendo el efecto de las perturbaciones y la curva resultante luego de graficar los datos provenientes del *GPS*. Durante la realización del experimento el ángulo de rumbo inicial del vehículo era de $\psi_i = 3,7269 \text{ rad}$, el motor giraba a 488 rpm , los datos relacionados con la representación del oleaje se estimaron en $\sigma = 0,5$, $\zeta = 0,1$, $\omega_0 = 6,0 \text{ rad/s}$, $K_1 = 0,5$ y $K_2 = 2$, y los valores de velocidad y dirección de las corrientes eran aproximadamente de $V_{ca} = 0,175 \text{ m/s}$ y $\beta_c = 232^\circ$.

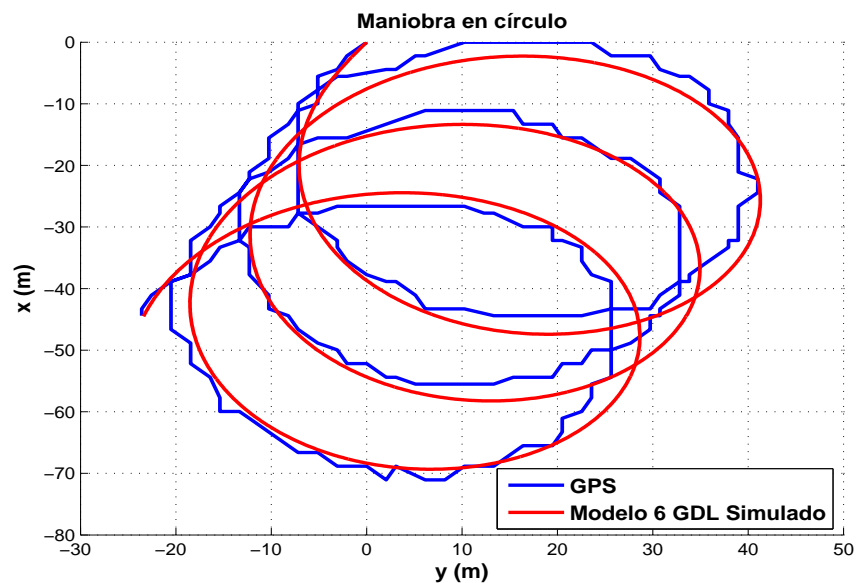


Figura 3–11: Trayectoria simulada y real del *HRC – AUV*.

Para avalar el desempeño del modelo se realiza un análisis estadístico en función de las posiciones x y y . La evaluación estadística entre las trayectorias obtenidas al simular el modelo y al graficar los datos provenientes del *GPS* se realiza utilizando el test de *Kolmogorov-Smirnov*. Este test permite evaluar muestras bi-variadas estableciendo como hipótesis que ambas muestras pertenecen a un mismo conjunto de distribución estadística para un intervalo de confianza ($\alpha_f = 0,05$) (Peacock, 1983). Los resultados del test demuestran que la hipótesis se cumple ($H = 0$) con un valor de probabilidad de ($pvalue = 0,4087$).

De esta manera se demuestra que el modelo no lineal de 6 *GDL* obtenido para el *HRC – AUV* presenta un comportamiento satisfactorio, acorde a lo observado en pruebas experimentales, por lo que puede utilizarse en la simulación de los movimientos del vehículo. En el próximo capítulo se utilizan los modelos lineales obtenidos a partir del modelo no lineal en el diseño de controladores y de observadores de estado.

3.6. Consideraciones finales del capítulo

Los parámetros correspondientes al modelo no lineal del *HRC – AUV* se calculan a partir de los datos geométricos e inerciales del vehículo, y de otros determinados durante la realización de pruebas experimentales. Durante la etapa de estimación de parámetros se utilizaron las representaciones lineales de orden reducido de cada uno de los subsistemas, con el propósito de facilitar el procesamiento de la información. Las estructuras matemáticas con las que se representa el oleaje y las corrientes marinas se simularon utilizando datos típicos de la zona en que opera el *HRC – AUV*.

Un conjunto de maniobras típicas se simularon utilizando el modelo no lineal de 6 *GDL*. En uno de los casos mostrados se comparó el resultado de la simulación con el obtenido durante una prueba experimental. Con estas simulaciones se demuestra que el modelo presenta un comportamiento satisfactorio y similar al observado durante experimentos.

CAPÍTULO 4

CONTROLADORES LINEALES DE RUMBO Y PROFUNDIDAD PARA EL *HRC – AUV*

4.1. Introducción

El diseño de un autopiloto convencional basado en la teoría lineal comienza al asumir como hipótesis que las ecuaciones de movimiento de un *AUV* en los 6 *GDL* pueden ser descritas a partir de modelos linealizados alrededor de un punto de operación (Fossen, 1994). Esta aproximación hace que el diseño de controladores lineales sea mucho más simple que su contraparte no lineal.

Con este capítulo se pretende demostrar la utilidad de los modelos linealizados, calculados para el *HRC – AUV*, en el diseño de los controladores lineales de rumbo y de profundidad del vehículo. Cada una de las estructuras presentadas en el capítulo anterior, expresadas en forma de espacio estado y mediante funciones de transferencias, se utiliza en el diseño de un lazo de control en específico. Para controlar el rumbo, se diseña un controlador lineal cuadrático *gaussiano* a partir del modelo dinámico en espacio de estado del subsistema lateral, y un controlador *PI – D*, para cuyo ajuste se utiliza la función de transferencia que relaciona el ángulo de rumbo y la deflexión angular del timón horizontal. Por su parte, la profundidad se controla utilizando la realimentación de los estados del modelo en espacio de estado del subsistema longitudinal y mediante una estructura en cascada que cuenta con un lazo interno para controlar el ángulo de cabeceo. En todos los casos se incluye algún tipo de algoritmo de filtrado con vistas a reducir el efecto provocado por el oleaje sobre la señal que se controla. Los pasos para el diseño de estos algoritmos no se abordan detalladamente debido a que aparecen descritos en una investigación que se presenta en paralelo a esta. En cada lazo de control se encuentra presente el actuador correspondiente cuya estructura de control se presenta en este capítulo.

Los diseños realizados son evaluados mediante simulación y en algunos casos durante misiones realizadas con el *HRC – AUV* en el mar. Los controladores son diseñados para que sean capaces de operar adecuadamente en condiciones de navegación con mar fuerza II, realizar inmersiones hasta 10 metros de profundidad y soportar el efecto de corrientes marinas durante la operación dentro de una bahía. Al probar distintas técnicas de control,

el *GARP* avanza en pos de obtener la mejor versión posible de autopiloto para el *HRC – AUV*.

4.2. Lazo de control para los actuadores

En un esquema de control general, al elemento de acción final que proporciona la señal de mando a la planta se le llama actuador. En vehículos marinos resulta necesario distribuir en los 6 *GDL* las fuerzas de control de los actuadores (τ) en términos de las entradas de control (u). Normalmente se utiliza un lazo de control que garantiza la señal de mando angular adecuada en aquellos actuadores responsables de mantener el curso y la profundidad del vehículo. En el caso del timón de cola y del estabilizador de cola del *HRC – AUV* (Tabla 2-2) se propone una estructura de lazo de control similar a la presentada en la Figura 4-1 (Wang, 2007):

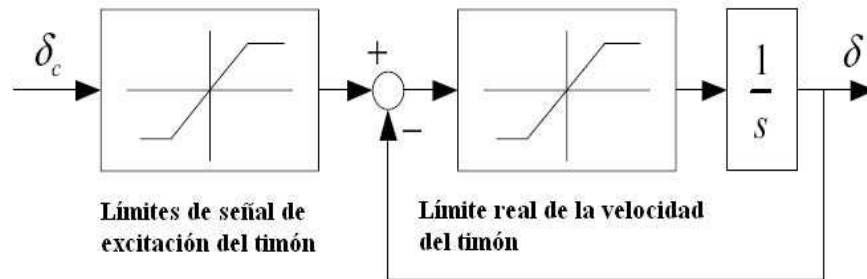


Figura 4-1: Mecanismo de control para los timones.

donde δ_c representa la señal angular de mando de los timones, cuyo valor límite es de ± 35 grados.

Para controlar el ángulo de los timones se utiliza un controlador *PI* de ganancias $K_p = 10$ y $K_i = 0,01$. Estos valores se obtuvieron a partir de considerar que el sistema está compuesto por una motobomba, un cilindro hidráulico y sensores potenciómetros que pueden representarse mediante una función de transferencia de segundo orden tipo uno obtenida mediante identificación experimental. En el esquema que se presenta en la Figura 4-2 aparecen todos los elementos presentes en el lazo de control de los actuadores.

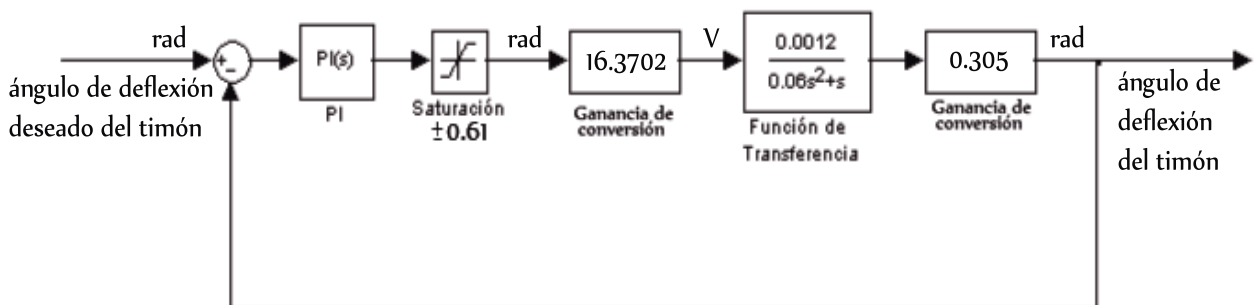


Figura 4-2: Esquema para el control de los timones del *HRC – AUV*.

El primer bloque de saturación se utiliza para limitar el rango de variación del ángulo de los timones en ± 35 grados ($\pm 0,61$ rad), con el objetivo de evitar que los timones lleguen a los valores tope de deflexión y que de esta manera no se produzcan las dañinas vibraciones. La ganancia de conversión de valor 16.3702 asegura que la señal de mando que llega al sistema hidráulico esté expresada en *Volt*, por su parte, la otra ganancia de conversión que aparece en el lazo, transforma nuevamente la señal a radianes para que sea medida y comparada con el valor deseado.

Como puede apreciarse la dinámica de los actuadores está en el orden de los 0.06 segundos, por lo cual su efecto en el ajuste de los lazos de control puede no ser tenida en cuenta. Esto no significa que deje de presentarse el fenómeno de saturación que se produce en este tipo de actuadores hidráulicos, todo lo contrario, las vibraciones de los timones son frecuentes y afectan el desempeño del vehículo. Para solucionar este problema, en el futuro inmediato *CIDNAV* sustituirá estos actuadores por el actuador eléctrico *TRITEX TLM30*.

4.3. Controladores de rumbo

Los controladores de rumbo se diseñan con el objetivo de asegurar adecuados desempeños en las maniobras donde se producen cambios en la dirección del vehículo. Para la implementación de estos controladores se necesita contar con las mediciones del ángulo de guiñada y de su razón de cambio.

Para el *HRC – AUV* se diseña un controlador tipo *PI – D* con vistas a mantener el rumbo del vehículo en un valor deseado. El ajuste de este controlador se realiza a partir de la función de transferencia del ángulo de rumbo. Las respuestas que se obtengan no deben ser muy oscilatorias y deben estabilizarse en un tiempo cercano a los 30 segundos. Estas características se aseguran ubicando adecuadamente los ceros y polos que aporta el controlador. Este controlador se ha implementado en el vehículo durante pruebas realizadas en el mar y ha sido evaluado en el seguimiento de trayectorias previamente definidas.

La otra variante que se propone para el control de rumbo del *HRC – AUV* consiste en un controlador *LQG*. Este tipo de controlador combina las estructuras de control lineales cuadráticas con un filtro de *Kalman*. Para su diseño se utiliza la representación dinámica del subsistema lateral expresada mediante ecuaciones de estados lineales. El filtro de *Kalman* se encarga de estimar los estados y de suministrar al controlador lineal cuadrático una señal afectada en menor medida por el oleaje. Con este controlador se persigue, como principal requisito, lograr respuestas con características sobreamortiguadas que se vean afectadas lo menos posible por las olas. Para ello resulta necesario minimizar el error de seguimiento del ángulo de guiñada y seleccionar adecuadamente las matrices de ponderación *R* y *Q*.

4.3.1. Controlador PID

La ecuación 3.1 describe de manera simplificada la dinámica lateral del HRC – AUV (sin incluir el efecto de las perturbaciones marinas). A partir de esta ecuación se ajusta un esquema de control similar al que se muestra en la Figura 4-3 (Jalving, 1994).

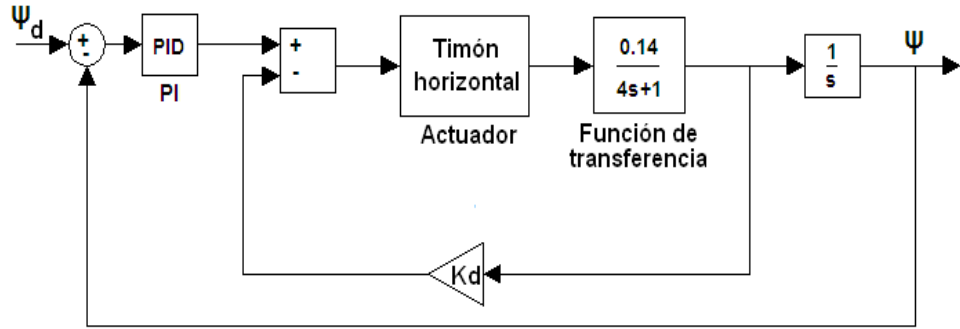


Figura 4-3: Esquema basado en PID para el control de rumbo.

La ecuación de mando está dada por:

$$\delta_T = K_p(\psi_d - \psi) + K_i \int_0^t [\psi_d - \psi] dt - K_d r \tag{4.1}$$

La estructura del controlador se corresponde con un PI – D, cuyos valores de ganancias son: $K_p = 1,5$, $K_i = 0,12$ y $K_d = 1$. Este controlador debe asegurar un tiempo de establecimiento en la respuesta temporal cercano a los 40 segundos, teniendo en cuenta la dinámica del vehículo. El desempeño del controlador PI – D ha sido evaluado mediante simulación y durante más de 10 horas de experimentos realizados en el mar.

La Figura 4-4 muestra 33 minutos de maniobras del HRC – AUV con el control de rumbo activado. La respuesta se ve afectada por el efecto del oleaje, sin embargo, se aprecia claramente cómo el sistema es capaz de responder ante continuos cambios tipo paso en el punto de ajuste de rumbo.

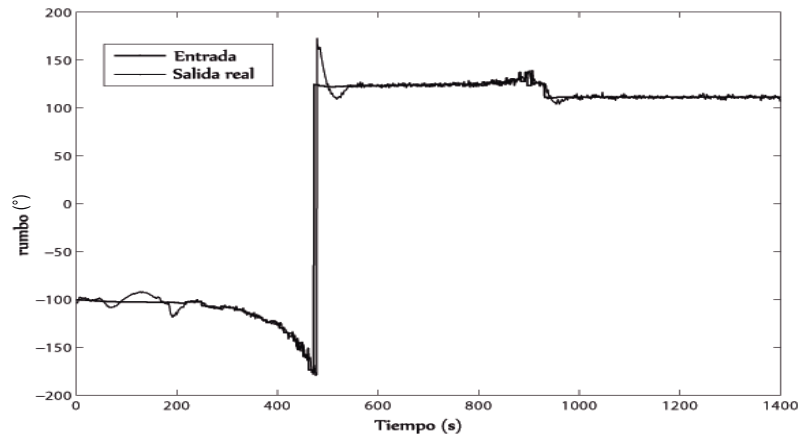


Figura 4-4: Respuesta del sistema de control PI – D de rumbo

Para evaluar el desempeño de este autopiloto en el seguimiento de trayectorias, se realiza un experimento donde el vehículo sigue un camino previamente definido por un conjunto de puntos. La trayectoria comienza en el punto 0 y los puntos se encuentran separados entre sí a una distancia aproximada de 800 m.

Conociendo la ubicación geográfica de los puntos es posible generar una trayectoria que pueda ser seguida por el vehículo. La trayectoria va cambiando acorde a las variaciones que se producen en el rumbo del vehículo. La orientación del vehículo se dirige en todo momento hacia el siguiente punto. El valor del rumbo deseado (ψ_d) del vehículo se actualiza de manera automática en función de las coordenadas cartesianas del punto que se considera como vencido y del siguiente:

$$\psi_d = \arctan\left(\frac{y_f - y_0}{x_f - x_0}\right) \tag{4.2}$$

La Figura 4-5 muestra la trayectoria seguida por el HRC – AUV durante el experimento y la trayectoria simulada. La media del error de posición es de 2.9 m y la desviación estándar es de 1.74 m. La diferencia que se aprecia entre ambas trayectorias se debe en lo fundamental al efecto que sobre el vehículo producen las corrientes marinas. En aras de disminuir este error, GARP trabaja en la implementación del algoritmo de guiado LOS (*line of sight*) (Breivik, 2008), que debe ser probado en próximos experimentos con el vehículo.

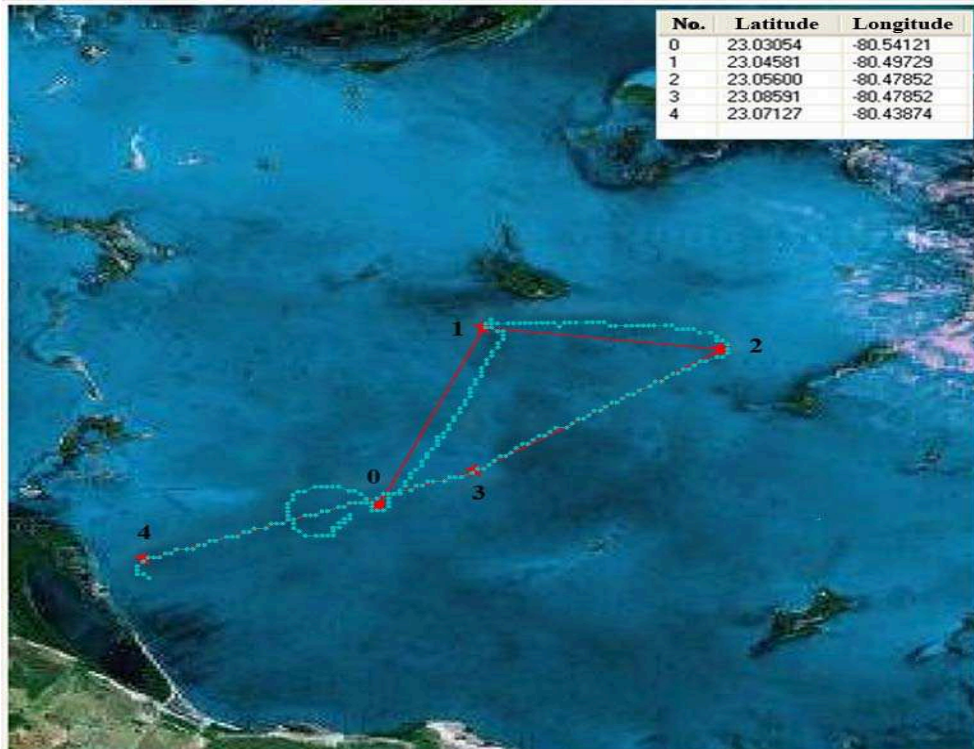


Figura 4-5: Seguimiento de trayectoria con controlador PID de rumbo activado.

4.3.2. Controlador LQG

La estructura de un sistema de control LQG se presenta en la Figura 4-6.

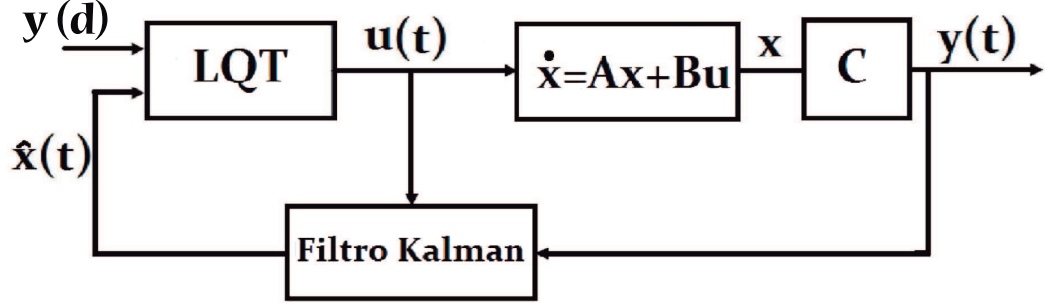


Figura 4-6: Esquema para un controlador lineal cuadrático *gaussiano*.

La ecuación 4.3 define la ley de control para un controlador LQG:

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}_1 \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{G}_2 \mathbf{y}_d \quad (4.3)$$

donde $\hat{\mathbf{x}}$ constituye los estados estimados mediante el filtro de *Kalman*, \mathbf{G}_1 y \mathbf{G}_2 son las ganancias pertenecientes al controlador de seguimiento, y \mathbf{y}_d representa el valor deseado de la señal que se controla.

La estructura del modelo en espacio estado que se utiliza para el diseño del controlador se presenta a continuación:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{w} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} \end{aligned} \quad (4.4)$$

siendo $\mathbf{x} = [v, r, \psi]^T$ el vector de estados. Las matrices \mathbf{A} y \mathbf{B} coinciden con las presentadas en la ecuación 3.2. La salida de interés para el control la constituye el ángulo de rumbo, por lo que $\mathbf{C} = [0 \ 0 \ 1]$. El vector $\mathbf{E} = [0 \ 0 \ 1]^T$ agrupa los coeficientes de ganancia relacionados con los estados afectados por las incertidumbres, mientras que \mathbf{w} simboliza un ruido blanco de media cero que sirve para generar las incertidumbres.

El índice de funcionamiento cuadrático a minimizar se define como:

$$J = \min \left\{ \frac{1}{2} \int (10\tilde{\psi}^2 + \delta_T^2) dt \right\} \quad (4.5)$$

donde las matrices de ponderación \mathbf{R} y \mathbf{Q} contienen los valores relacionados con la señal de entrada de control (δ_T) y con el error de seguimiento $\tilde{\psi} = \psi - \psi_d$ respectivamente. Los valores de las matrices son: $\mathbf{Q} = [10]$ y $\mathbf{R} = [1]$.

A partir de estas consideraciones y utilizando la función *lqtracker* del software *Matlab* se obtuvieron los siguientes valores de ganancias \mathbf{G}_1 y \mathbf{G}_2 acorde a la ley de control expresada mediante la ecuación 4.3:

$$\mathbf{G}_1 = [0 \ -8,0810 \ -3,1623] \text{ y } \mathbf{G}_2 = 3,1623$$

El próximo paso para el diseño de un controlador *LQG* consiste en calcular el vector de ganancias del filtro de *Kalman* (K_f). Los estados estimados $\hat{\mathbf{x}}$ se determinan a partir de la ecuación:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{K}_f(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad (4.6)$$

siendo $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}$. La ganancia del filtro se calcula como:

$$\mathbf{K}_f = \mathbf{P}_f \mathbf{C}^T \mathbf{R}_f^{-1} \quad (4.7)$$

el término \mathbf{R}_f representa la matriz de covarianza de la medición de ruido. Por su parte, la matriz \mathbf{P}_f se determina solucionando una ecuación algebraica donde aparece la matriz de covarianza del disturbio \mathbf{Q}_f (Fossen, 2011).

El filtro de *Kalman* se utiliza para reducir el efecto del oleaje en la medición del ángulo de rumbo. En tal sentido se utiliza la aproximación de segundo orden (ecuación 2.79) para modelar las variaciones de alta frecuencia provocadas por el oleaje (Fossen, 2009). La ecuación 2.82 se utiliza para obtener la representación dinámica de alta y baja frecuencia del ángulo de rumbo. El ruido que afecta la medición de rumbo constituye un efecto indeseable a tener en cuenta, por ello a la ecuación de rumbo se le agrega el término ν que representa el ruido presente en la medición del ángulo de rumbo.

$$\psi = \psi_{BF} + \psi_{BF} + \nu \quad (4.8)$$

Tomando los aspectos anteriormente planteados el modelo en espacio-estado a utilizar para el diseño del filtro de *Kalman* queda definido como:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_f \mathbf{x} + \mathbf{B}_f \mathbf{u} + \mathbf{E}_f \mathbf{w} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_f \mathbf{x} + \nu \end{aligned} \quad (4.9)$$

siendo el vector de estados $\mathbf{x} = [\psi_{BF}, r_{BF}, \xi_{AF}, \psi_{AF}]^T$, \mathbf{w} representa las componentes de la señal ruidosa, mientras que la salida que se desea estimar se determina como $\hat{\psi} = \psi_{BF} + \psi_{AF}$. Las matrices \mathbf{A}_f , \mathbf{B}_f , \mathbf{E}_f y \mathbf{C}_f quedan definidas como:

$$\mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{N_r}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -w_n^2 & -2\zeta w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -36 & -1,2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_f = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{b_5}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,035 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{E}_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 2\zeta w_n \sigma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0,60 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para el cálculo de los parámetros de las matrices anteriores, la razón de amortiguamiento de las olas (ζ) y la constante relacionada con la intensidad de las mismas (σ) se fijaron en 0.1 y 0.5 respectivamente. La frecuencia fundamental de las olas se estimó en un valor de $\omega_0 = 6 \text{ rad/s}$.

En este punto es necesario comprobar si el sistema es observable. La condición de observabilidad se cumple si el orden y el rango de la matriz de observabilidad coinciden (Ogata, 1998). La matriz de observabilidad para el modelo del HRC – AUV queda como:

$$\mathbf{obs} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0,25 & 0,10 \\ 0 & -36 & 43,2 & 1244,2 \\ 1 & 1,2 & -34,56 & 84,70 \end{bmatrix}$$

cuyo rango es 4, por lo que el sistema es observable.

A partir del modelo en espacio estado definido por la ecuación 4.9 y considerando los valores de las matrices de covarianza $\mathbf{Q}_f = 0,5$ y $\mathbf{R}_f = 0,05$, es posible determinar las ganancias del filtro de Kalman a través de la función *lqe* del software *Matlab*:

$$\mathbf{K}_f = \begin{bmatrix} 0,5975 & 0,1668 & -0,0638 & 1,0018 \end{bmatrix}^T$$

La Figura 4–7 presenta la respuesta obtenida mediante simulación para el controlador de rumbo LQG con valores de ganancias \mathbf{G}_1 y \mathbf{G}_2 y ganancia de filtro de Kalman \mathbf{K}_f . La respuesta logra estabilizarse en el valor deseado con un comportamiento sobreamortiguado, la acción del filtro logra reducir el efecto del oleaje.

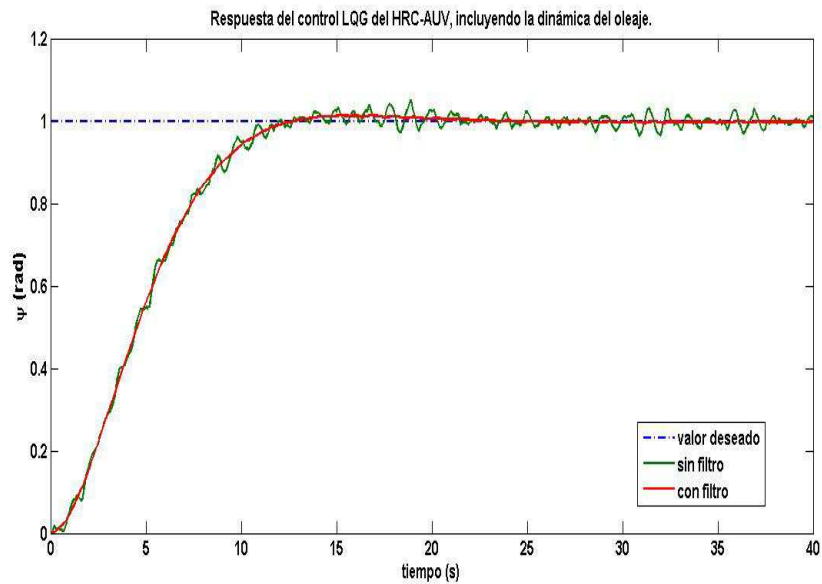


Figura 4–7: Respuesta obtenida con el controlador LQG.

Por su parte, en la Figura 4–8 se representa la señal de mando del control LQG del HRC – AUV . La curva azul muestra la señal de mando afectada por el oleaje y sin la presencia del filtro, por su parte, la curva roja representa una señal de mando mejorada a partir de la estimación de la salida. Para el caso de la señal de mando resulta todavía más decisivo la utilización del filtro de *Kalman*, debido a que la acción del filtro reduce considerablemente las vibraciones que se producen. De esta manera se contribuye a disminuir el desgaste mecánico que se produce en los actuadores.

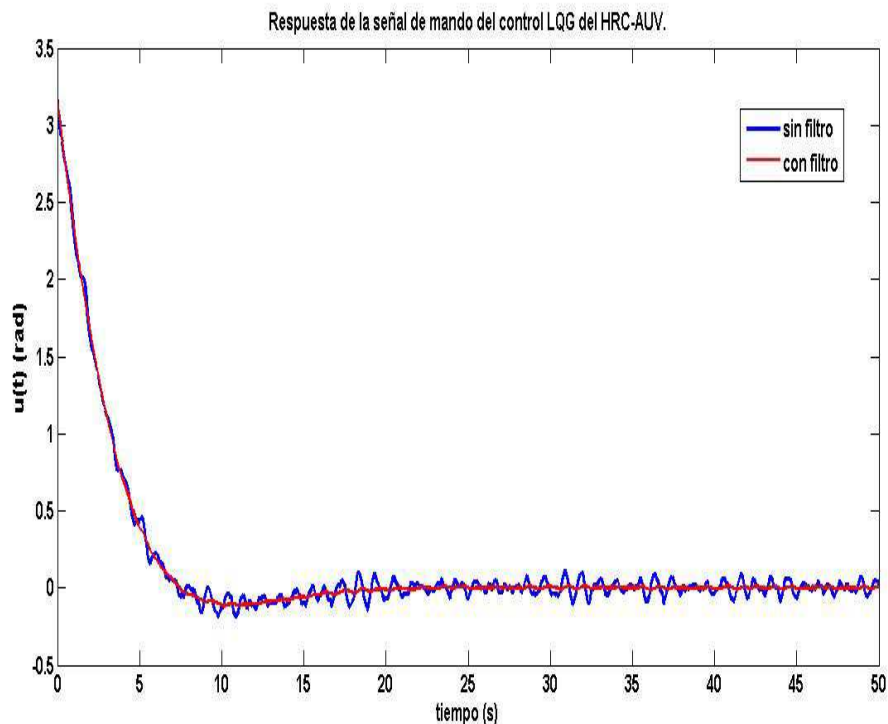


Figura 4–8: Señal de mando del controlador LQG .

4.4. Controladores de profundidad

El sistema de control de profundidad se diseña para controlar la posición vertical del vehículo en el plano longitudinal. El control de profundidad necesita un lazo interno para controlar el ángulo de cabeceo del vehículo que se ajusta de manera independiente. Para la implementación de estos controladores se necesita medir o estimar la profundidad, el ángulo de cabeceo, así como su razón de cambio.

Para controlar la profundidad en el HRC – AUV , se diseña dos lazos en cascada, uno interno con un controlador $P - D$ para el cabeceo y uno externo con un controlador P para la profundidad. Para el ajuste de esta estructura de control se utilizan las funciones de transferencia que determinan la dinámica de ambas variables. Las ganancias de los controladores se calculan a partir de ubicar adecuadamente los ceros y polos que estos aportan. Las repuestas deben ser sobreamortiguadas y con tiempos de establecimientos en el orden de los 50 segundos. Este controlador se pudo implementar durante una misión realizada con el vehículo.

La otra variante que se propone consiste en una configuración de control mediante realimentación de estados que aprovecha la representación dinámica del subsistema longitudinal del vehículo mediante ecuaciones de estados. Este controlador debe asegurar respuestas sobreamortiguadas que puedan estabilizarse alrededor de los 25 segundos. La técnica de ajuste que se emplea es la ubicación de polos.

4.4.1. Controlador PID

La relación dinámica entre la profundidad (z) y la señal de mando (δ_E) está dada por las ecuaciones 2.69 y 2.70, que representan un sistema de tercer orden tipo uno. A partir de estas ecuaciones se diseña una estructura de control en cascada, compuesta por un controlador ($P - D$) para el lazo interno de cabeceo y un controlador P para el lazo externo de profundidad. La principal razón por la cual no se incluye acción integral en el control tiene que ver con la saturación que la misma provoca en los actuadores (Fossen, 1994; Jalving, 1995), lo cual resulta más dañino para el desempeño del sistema que el error en estado estable que se produciría ante el efecto de perturbaciones.

El esquema de control de profundidad basado en controladores tipo PID se presenta en la Figura 4–9, por su parte, la ley de control correspondiente se define en la ecuación 4.10.

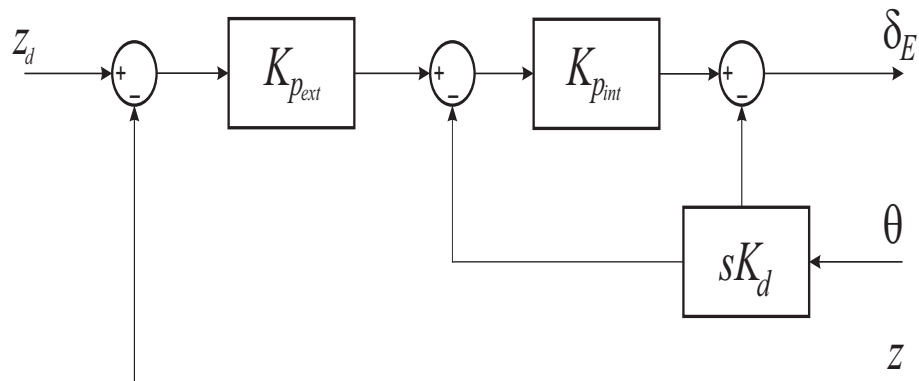
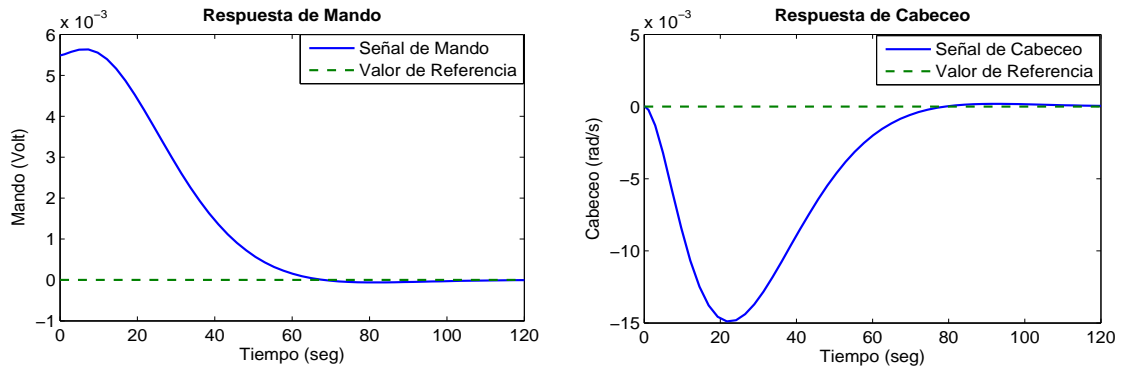


Figura 4–9: Esquema para el control de profundidad basado en controladores tipo PID .

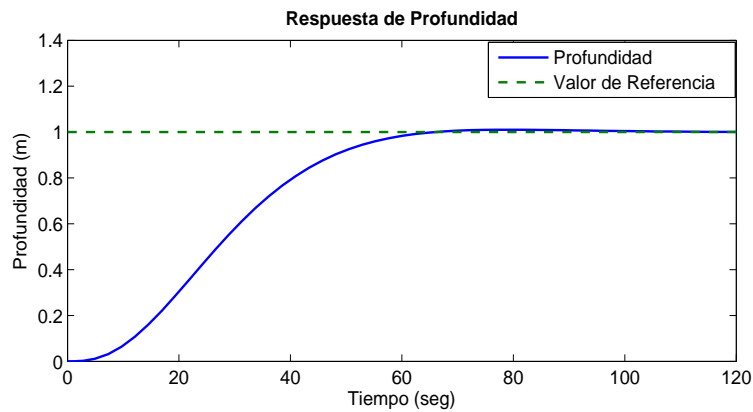
$$\delta_E = K_{p_{ext}}(z_d - z) + K_{p_{int}}(\theta_d - \theta) - K_d q \tag{4.10}$$

Los valores de ganancias obtenidos durante el ajuste son: $K_{p_{ext}} = 0,0054$, $K_{p_{int}} = 0,039$ y $K_d = 0,078$. En la Figura 4–10 aparecen las respuestas simuladas correspondientes al mando, cabeceo y profundidad. La respuesta obtenida para el caso de profundidad presenta un comportamiento sobreamortiguado que satisface los requisitos establecidos para el diseño.

Los experimentos en el mar con el sistema de control de profundidad activado han sido menos que los realizados para el rumbo. Por tanto, esta estrategia constituye un elemento a evaluar en próximas rondas de pruebas. No obstante, en la Figura 4–11 se presentan los



(a) Mando y Cabeceo.



(b) Profundidad.

Figura 4–10: Respuestas simuladas de la señal de mando, el cabeceo y la profundidad para controladores tipo *PID*.

resultados alcanzados durante uno de los experimentos realizados. En la misma se puede observar cómo las olas afectan el comportamiento del vehículo.

4.4.2. Control mediante realimentación de estados

Al contar con una representación dinámica en espacio-estado del subsistema longitudinal del *HRC – AUV* (ecuación 2.68), es posible diseñar una configuración de control mediante realimentación de estados. En el proceso de diseño se utiliza la técnica de ubicación de polos, para ello todas las variables de estado se consideran medibles y se encuentran disponibles para la realimentación. Si el sistema considerado es de estado completamente controlable, los polos del sistema en lazo cerrado se pueden ubicar en cualquier posición deseada, mediante la realimentación de estados y atendiendo a los requerimientos de la parte transitoria de la respuesta.

El modelo en espacio estado tiene la siguiente estructura:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \tag{4.11}$$

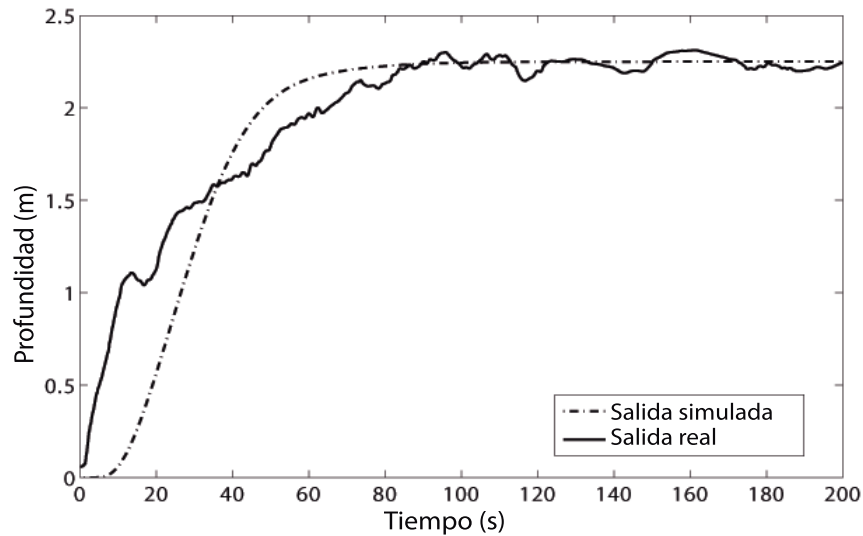


Figura 4–11: Respuesta obtenida con el sistema de control de profundidad activado.

siendo u la señal de control definida como:

$$u = -Kx \tag{4.12}$$

con K como matriz de ganancias de la realimentación del estado.

La descripción dinámica del *HRC – AUV* en el plano longitudinal se corresponde con la de un sistema tipo 1, es decir, que presenta acción integral en la trayectoria directa. El esquema de control que se implementa en esta investigación se muestra en la Figura 4–12. Su elección tiene en cuenta que con el mismo se elimina el error en estado estable ante entrada de referencia (Ogata, 1998).

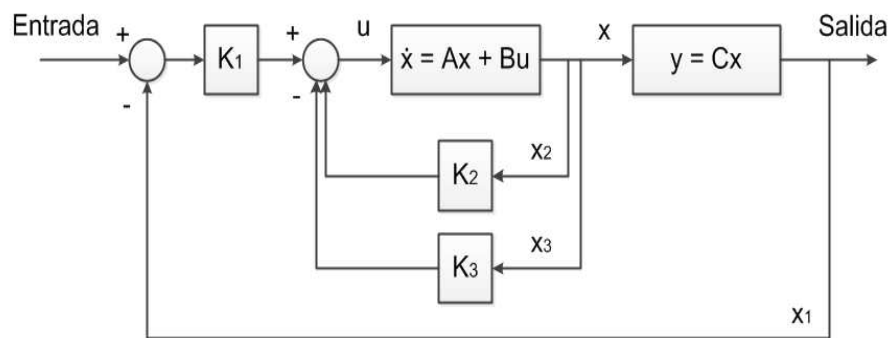


Figura 4–12: Configuración general de un sistema de control de seguimiento.

Las matrices A , B , y C del subsistema longitudinal que se utilizan en el ajuste están definidas en la ecuación 3.6. Para comprobar si el sistema es controlable resulta necesario determinar si los vectores de la matriz de controlabilidad $M = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B \end{bmatrix}$ son linealmente independientes, o si la matriz M de $n \times n$ es de rango n . La matriz M

obtenida a partir del modelo del HRC – AUV tiene la forma:

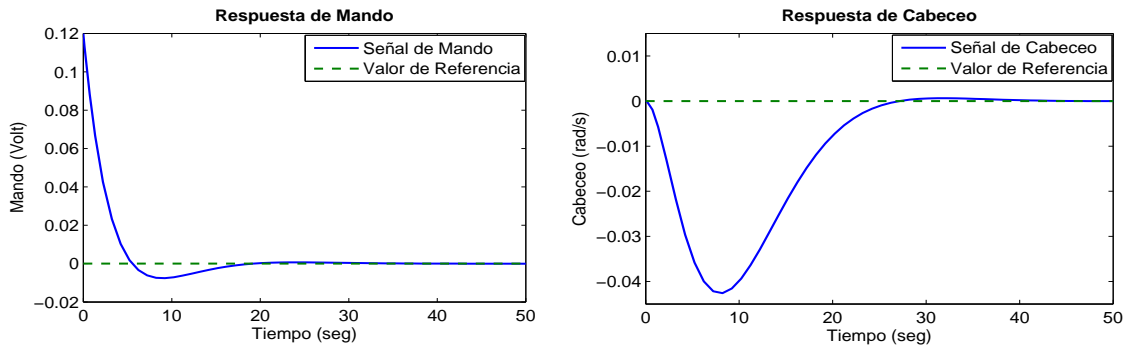
$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0,1373 \\ 0 & -0,0723 & 0,0180 \\ -0,0723 & 0,0180 & -0,0027 \end{bmatrix}$$

de donde se tiene que el rango de dicha matriz es $\text{rango}(\mathbf{M}) = 3$, por lo que el sistema es controlable.

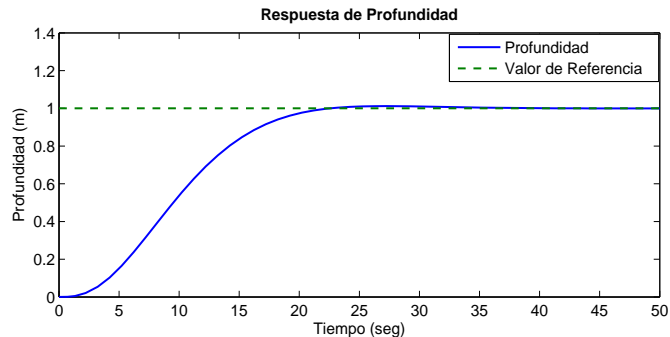
Los polos de lazo cerrado se ubican en $\mathbf{P}_{\text{lazocerrado}} = \left[-0,18 + 0,15i \quad -0,18 - 0,15i \quad -0,3 \right]$, con lo cual se asegura un comportamiento sobreamortiguado en la respuesta. Utilizando la fórmula de Ackermann se determina la matriz de ganancias de la realimentación del estado:

$$\mathbf{K} = \left[0,1199 \quad -1,9193 \quad -5,6901 \right]$$

Las respuestas obtenidas para el mando, el cabeceo y la profundidad, al simular el sistema de control con realimentación de estados, se presentan en la Figura 4–13.



(a) Mando y Cabeceo.



(b) Profundidad.

Figura 4–13: Respuestas de la señal de mando, el cabeceo y la profundidad del vehículo para el control mediante realimentación de estados.

4.5. Análisis económico

Los vehículos autónomos sumergibles están valorados entre 1,5 y 2 millones de dólares estadounidenses (*USD*) (Wernli, 2000), dependiendo de la calidad del vehículo, de los sensores, del equipamiento instalado y de la aplicación a la que se destinará. Normalmente se comercializa el vehículo de manera conjunta con el autopiloto diseñado, lo cual representa que el cliente no podrá acceder a la información necesaria para replicar o reparar el *AUV*. Esto aumenta el valor agregado del vehículo.

El *HRC – AUV* es un vehículo de bajo costo que ha sido totalmente diseñado y construido en Cuba. Todo el equipamiento de hardware y sensores instalados clasifican en la gama baja que proporcionan sus fabricantes, por ejemplo, el sensor inercial instalado en el *HRC – AUV* (*MTi* de *Xsens*) está valorado en 5 069 *USD*, mientras uno de los utilizados por el proyecto *Hugin* se cotiza en 9 000 *USD*. La diferencia en precio, en calidad y prestaciones es notable.

Para suplir las deficiencias que provoca el sistema de bajo costo instalado, los miembros de *GARP* y *CIDNAV* han tenido que adoptar soluciones ingenieriles basadas fundamentalmente en técnicas de modelado que han requerido un esfuerzo adicional. Lamentablemente no se cuenta con las técnicas necesarias que permitan evaluar el costo que implica el dominio del conocimiento en este proyecto.

El prototipo de autopiloto diseñado para el *HRC – AUV* demuestra que es posible realizar en Cuba aplicaciones de este tipo que solo son reportadas en países del primer mundo. El proyecto *HRC – AUV* contribuye a la independencia tecnológica del país.

4.6. Consideraciones finales del capítulo

El diseño de un sistema de control basado en modelo necesita de una representación dinámica del vehículo, en este capítulo se han utilizado diferentes modelos matemáticos con este propósito. Los controladores diseñados se han seleccionado atendiendo a su simplicidad y su fácil aplicabilidad. Controladores tipo *PID* han sido diseñados para controlar el rumbo y la profundidad del *HRC – AUV*, así como un controlador *LQG* para el rumbo y un control mediante realimentación de estados para la profundidad.

Los diseños realizados se evalúan mediante simulación y durante maniobras llevadas a cabo con el *AUV* en el mar. Los resultados obtenidos demuestran la utilidad de los modelos lineales del *HRC – AUV* para el ajuste de controladores y constituye un paso de avance en pos de identificar la mejor versión posible de autopiloto a implementar.

CONCLUSIONES

Como resultado final arrojado por esta investigación, se determina un modelo no lineal de 6 *GDL* para el vehículo subacuático *HRC – AUV* que representa adecuadamente las características dinámicas del vehículo, lo cual queda demostrado mediante simulación y en pruebas experimentales. A partir de estos resultados, se plantean las conclusiones generales siguientes:

- A partir de la valoración efectuada del marco teórico sobre los procedimientos de modelado de vehículos marinos, se establece que el modelo dinámico no lineal del *HRC – AUV* debe expresarse mediante una estructura vectorial y sus parámetros deben determinarse utilizando un método analítico y semi empírico, complementado con pruebas experimentales realizadas con equipamiento de bajo costo.
- El modelo no lineal de 6 *GDL* obtenido para el *HRC – AUV* representa adecuadamente el comportamiento dinámico del vehículo, así como el efecto que sobre el mismo provocan las olas y las corrientes marinas. La validez del modelo ha quedado demostrada mediante simulación y pruebas experimentales realizadas en el mar con el *AUV*.
- La incorporación del oleaje y las corrientes marinas en los modelos del *HRC – AUV* aporta mayor exactitud en la representación de las condiciones de operación del vehículo y posibilita reducir el efecto que provocan estas perturbaciones en el desempeño de los lazos de control.
- Los modelos dinámicos lineales, derivados del modelo no lineal para el subsistema lateral y el subsistema longitudinal, se emplean en el diseño de los controladores de rumbo y profundidad. Con las simulaciones y pruebas experimentales realizadas se demuestra la efectividad de los ajustes y por tanto la validez de los modelos.
- La investigación realizada sienta las bases para aplicar en otros vehículos marinos el procedimiento de modelado utilizado en el *HRC – AUV*.

Con las conclusiones presentadas se satisfacen los objetivos del trabajo y se justifica plenamente la necesidad de la investigación, quedando corroborada la hipótesis inicial establecida.

RECOMENDACIONES

Para establecer la necesaria continuidad que debe tener este trabajo se recomienda lo siguiente:

- ★ Extender la aplicación del procedimiento de modelado presentado a otros tipos de vehículos marinos.
- ★ Evaluar otras estrategias de control, buscando mejoras en las prestaciones y en el desempeño del vehículo en un contexto más amplio de aplicación, como es el caso del seguimiento de trayectorias.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Akcakaya, H.; Yildiz, H. A.; Saglam G.; Gurleyen F. (2009). Sliding mode control of autonomous underwater vehicle. In: *Electrical and Electronics Engineering (ELECO)*. IEEE Xplore. Bursa, Turquía. pp. 332–336.
- Anderson, B.; Moore J. (1989). *Optimal Control. Linear Quadratic Methods*. Prentice-Hall Inc.. Estados Unidos.
- Antonelli, G.; Fossen, T. I.; Yoerger D. R. (2008). *Springer Handbook of Robotics*. Chap. Underwater Robotics, pp. 987–1008. Springer-Verlag.
- Åström, K.; Hägglund, T. (1995). *PID Controllers: theory, design and tuning*. 2nd ed.. Instrument Society of America. Estados Unidos.
- Balaguer, L. A.; Machado, X. (2003). Los softwares de diseño naval y los nuevos desarrollos del *cid – nav*. In: *XVIII Congreso de Ingeniería Naval, transporte marítimo e Ingeniería portuaria (COPINAVAL)*. IPIN. Habana, Cuba.
- Barros, E. A.; Pascoal, A.; de Sa E. (2008). Investigation of a method for predicting auv derivatives. *Ocean Engineering* **35**(16), 1627–1636.
- Behal, A.; Dawson, D. M.; Dixon W. E.; Fang Y. (2002). Tracking and regulation control of an underactuated surface vessel with nonintegrable dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control* **47**(3), 495 – 500.
- Blanke, M.; Knudsen, M. (2006). Efficient parameterization for grey-box model identification of complex physical systems.. In: *14th IFAC Symposium on System Identification (SYSID'06)*. IFAC. New Castle, Australia. pp. 338–343.
- Blidberg, D. R. (2001). The development of autonomous underwater vehicles (auv); a brief summary. In: *International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE Xplore. Seul, Corea del Sur.
- Breivik, M.; Fossen, T. I. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. Guidance Laws for Autonomous Underwater Vehicles, pp. 51–76. InTech. Vienna, Austria.
- Budiyono, A. (2009). Advances in unmanned underwater vehicles technologies: Modeling, control and guidance perspectives. *Indian Journal of Marine sciences* **38**(3), 282–295.
- Chang, W-J.; Wei, C.; Hsien-Hsueh L. (2003). Model-based fuzzy modeling and control for autonomous underwater vehicles in the horizontal plane. *Journal of Marine Science and Technology* **11**(3), 155–163.
- Cruz, J. M.; Aranda, J.; Girón-J. M. (2012). Tutorial automática marina: una revisión desde el punto de vista del control. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* **9**(3), 205–218.

- Cruz, N.; Matos, A. (2008). The *mares auv*, a modular autonomous robot for environment sampling. In: *OCEANS 2008*. IEEE Xplore. Quebec, Canadá.
- da Silva, J. E.; Terra, B.; Martins R.; de Sousa J. B. (2007). Modeling and simulation of the LAUV autonomous underwater vehicle. In: *13th IEEE IFAC International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*. IFAC. Szczecin, Polonia. pp. 149–153.
- Do, K. D.; Pan, J.; Jiang Z. P. (2004). Robust and adaptive path following for underactuated autonomous underwater vehicles. *Ocean Engineering* **31**(16), 1967–1997.
- Duc, K.; Pan, J. (2009). *Control of ships and underwater vehicles. Design for underactuated and nonlinear marine systems*. Advances in Industrial Control. Springer. Glasgow, Gran Bretaña.
- Encarnacao, P.; Pascoal, A.; Arcaç M. (2000). Path following for marine vehicles in the presence of unknown currents.. In: *6th IFAC Symposium on Robot Control..* IFAC. Vienna, Austria.
- Fernandes, P. G.; Stevenson, P.; Brierley A. S.; Armstrong F.; Simmonds E. J. (2003). Dynamics modeling and performance evaluation of an autonomous underwater vehicle. *Journal of Marine Science* **60**, 684–691.
- Ferreira, R. M. (2002). Control e modelizacão de veículos subacuáticos. Tesis de maestría. Universidad do Porto. Portugal.
- Fjellstad, O. (1994). Control of unmanned underwater vehicles in six degrees of freedom a quaternion feedback approach. Doctoral thesis. NTNU. Noruega.
- Fossen, T. I. (1991). Nonlinear modelling and control of underwater vehicles. Tesis doctoral. NTNU. Noruega.
- Fossen, T. I. (1994). *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. John Wiley & Sons.. Nueva York, Estados Unidos.
- Fossen, T. I. (2002). *Guidance, Navigation, and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles*. Marine Cybernetics. Noruega.
- Fossen, T. I. (2011). *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. John Wiley & Sons. Nueva York, Estados Unidos.
- Fossen, T. I.; Johansen, T. A.; Pérez T. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. A survey of control allocation methods for underwater vehicles, pp. 109–128. InTech. Vienna, Austria.
- Fossen, T. I.; Perez, T. (2009). Kalman filtering for positioning and heading control of ships and offshore rigs. *IEEE Control Systems Magazine* **29**(6), 32–46.
- Fossen, T. I.; Ross, A. (2006). *Advances in unmanned marine vehicles*. Chap. Nonlinear modelling, identification and control of UUVs, pp. 13–42. Vol. 69. Peter Peregrinus LTD. Gran Bretaña.
- Fossen, T. I.; Sagatun, S. I.; Sorensen A. J. (1995). Identification of dynamically positioned ships. In: *3rd IFAC Workshop on Control Applications in Marine Systems (CAMS'95)*.

- IFAC. Trondheim, Noruega. pp. 362–369.
- Fossen, T. I.; Sagatun, S. I.; Sorensen A. J. (1996). Identification of dynamically positioned ships. *Modeling, Identification and Control* **17**(2), 153–165.
- Garcia-Garcia, D.; Valeriano-Medina, Y.; Hernández L.; Martínez-Laguardia A. (2012). Wave filtering for heading control of an *auw* based on passive observer. *Indian Journal of Geo-Marine Sciences* **41**(6), 540–549.
- Geridönmez, Fatih (2007). Simulation of motion of an underwater vehicle. Tesis de maestría. MIDDLE EAST TECHNICAL UNIVERSITY. Alemania.
- Gorset, J.E. (2007). Nonlinear model-based control of slender body *AUVs*. Tesis doctoral. NTNU. Noruega.
- Hassanein, O.; Anavatti, S. G.; Ray T. (2011). Fuzzy modeling and control for autonomous underwater vehicle. In: *5th International Conference on Automation, Robotics and Applications (ICARA)*. IEEE Xplore. Wellington, Nueva Zelanda. pp. 169 – 174.
- Hegrenæs, O.; Hallingstad, O.; Jalving B. (2007). Comparison of mathematical models for the *hugin* 4500 *auw* based on experimental data. In: *THE IEEE International Symposium on Underwater Technology*. IEEE Xplore. Japón.
- Hernández, L.; Pineda, L. M.; Martínez B.; Socarrás H. (2013). Modeo dinámico de aeronave *n606ls* para desarrollo de piloto automático. In: *XV Convención y Feria Internacional Informática. XI Simposio Internacional de Automatización*. Habana, Cuba.
- Hernández, L.; Valeriano, Y.; Cañizares J. R.; Balaguer L. (2011). Modelado y control del *cidnav – auw*. In: *XIV Convención y Feria Internacional Informática. X Simposio Internacional de Automatización*. MIC. Habana, Cuba.
- Inzartsev, A.; Pavin, A. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. AUV application for inspection of underwater communications, pp. 216–234. InTech. Vienna, Austria.
- Isiyel, K. (2003). Autopilot design and guidance control of *ulisar uuv* (unmanned underwater vehicle). Tesis de maestría. Middle East Technical University. Turquía.
- Jakuba, M. V. (2003). Modeling and control of an autonomous underwater vehicle with combined foil/thruster. Tesis de maestría. Massachusetts Institute of Technology. Estados Unidos.
- Jalving, B. (1994). The *ndre – auw* flight control system. *IEEE Journal of Oceanic Engineering* **19**(4), 497–501.
- Jalving, B.; Storkensen, Nils (1995). The control system of an autonomous underwater vehicle. *Modeling, Identification and Control* **15**(2), 107–117.
- Jordán, M. A.; Bustamante, J. L. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. Adaptive control for guidance of underwater vehicles, pp. 251–278. InTech. Vienna, Austria.
- Kallstrom, C. G. (1979). Identification and Adaptive Control Applied to Ship Steering. Tesis doctoral. Lund Institute of Technology. Suecia.
- Kanakakis, V.; Tsourveloudis, N. C.; Valavanis K. P. (2001). Design and testing of a fuzzy logic controller for an autonomous underwater vehicle. In: *Proc. of the IARP Internat.*

- Workshop on Underwater Robotics for Sea Exploration and Environmental Monitoring*. Río de Janeiro, Brasil.
- Kent Hagen, Ove (2008). From pressure to depth estimation of underwater vertical position. In: *Seabed Mapping and Inspection*. Tekna. Geilo, Noruega.
- Khac Duc, D.; Pan, J. (2009). *Control of ships and underwater vehicles. Design for underactuated and nonlinear marine systems*. Springer. Gran Bretaña.
- Kim, K.; Ura, T. (2002). 3 – dimensional trajectory tracking control of an *auv* *r – one robot* considering current interaction. In: *The twelfth (2002) international offshore and polar engineering conference*.
- Kim, K.; Ura, T. (2003). Fuel-optimal guidance and tracking control of *auv* under current interaction. In: *The thirteenth (2003) international offshore and polar engineering conference*. The International Society of Offshore and Polar Engineers.
- Lienard, D. E. (1990). Autopilot design for autonomous underwater vehicles based on suding mode control. Tesis de maestría. Naval Postgraduate School. California, Estados Unidos.
- Lopez, M. J.; Rubio, F. R. (1992). Lqg/ltr control of ship steering autopilots. In: *IEEE International Symposium on Intelligent Control*. IEEE Xplore. Glasgow, Gran Bretaña. pp. 447 – 450.
- Martínez, A.; Rodríguez, Y.; Hernández L.; Guerra C.; Lemus-J.; Sahli H. (2013). Arquitectura de hardware y software para *auv*, resultados experimentales. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* **10**(3), 333–343.
- Martínez, A.; Rodríguez, Y.; Hernández L.; Guerra C.; Sahli-H. (2010). Hardware and software architecture for *auv* based on low-cost sensors. In: *The 11th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, ICARCV*. IEEE Xplore. Singapur.
- Matos, A.; Cruz, N. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. MARES-Navigation, control and on-board software, pp. 315–326. InTech. Vienna, Austria.
- Medina, J. (2003). Elementos a considerar en las inspecciones a sumergibles. In: *XVIII Congreso de Ingeniería Naval, transporte marítimo e Ingeniería portuaria (COPINAVAL)*. IPIN. Habana, Cuba.
- Miskovic, N.; Vukic, Z.; Barisic M. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. Identification of underwater vehicles for the purpose of autopilot tuning, pp. 327–346. InTech. Vienna, Austria.
- Ochi, M. K. (1998). *Ocean Waves. The Stochastic Approach*. Cambridge Ocean Technology Series. Cambridge University Press. Gran Bretaña.
- Ogata, Katsuhiko (1998). *Ingeniería de Control Moderna*. 3ra ed.. Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.. México.
- Peacock, J. A. (1983). Two-dimensional goodness-of-fit testing in astronomy. *Monthly Notices Royal Astronomy Society* **202**, 615–627.

- Perez, T.; Smogeli, O. N.; Fossen T. I.; Sorensen-A. J. (2006). An overview of the marine systems simulator (*mss*): a simulink toolbox for marine control systems. *Modeling, Identification and Control* **27**(4), 239–258.
- Pineda Bombino, L. M. (2012). Control de vehículo aéreo autónomo basado en modelo dinámico. Tesis de maestría. UCLV. Dpto. de Automática y Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba.
- Polo, O. P.; Esteban, S.; Marón A.; Grau L.; Cruz J. M. (2001). Control code generator used for control experiments in ship scale model. In: *IFAC Conference Control Applications in Marine Systems CAMS'01*. IFAC. Glasgow, Gran Bretaña.
- Pérez, T.; Fossen, T. I. (2008). Joint identification of infinite-frequency added mass and fluid-memory models of marine structures. *Modeling, Identification and Control* **29**(3), 93–102.
- Radzak, M. Y.; Arshad, M. R. (2005). Auv controller design and analysis using full-state feedback. In: *9th WSEAS International Conference on Systems (ICS'05)*. World Scientific and Engineering Academy and Society (WSEAS). ACM. Wiscosin, Estados Unidos.
- Rodríguez, Y. (2011). Sistema remoto de supervisión y configuración de autopiloto de vehículo autónomo subacuático. Tesis de maestría. UCLV. Dpto. de Automática y Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba.
- Sangekar, M.; Chitre, M.; Koay T. B. (2008). Hardware architecture for a modular autonomous underwater vehicle *starfish*. In: *OCEANS. IEEE Xplore*. Quebec, Canadá. pp. 1–8.
- Silvestre, C.; Pascoal, A. (2007). Depth control of the *infante auv* using gain-scheduled reduced order output feedback. *Control Engineering Practice* **15**(6), 883–895.
- Skjetne, R.; Smogeli, O.; Fossen T. I. (2004). Modeling, identification, and adaptive maneuvering of *cybership ii*: a complete design with experiments. In: *Control Applications in Marine Systems CAMS04*. IFAC. Ancona, Italia.
- SNAME (1950). Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid. Technical and research bulletin no. 1-5. SNAME. Nueva York, Estados Unidos.
- Stern, F.; Yang, J.; Wang Z.; Sadat-Hosseini H.; Mousaviraad M.; Bhushan S.; Xing T. (2013). Computational ship hydrodynamics: Nowadays and way forward. *International Shipbuilding Progress* **60**(1-4), 3–105.
- Sun, Y. C.; Cheah, C. C. (2008). Adaptive control schemes for autonomous underwater vehicle. *Robotica* **27**(1), 119–129.
- Valeriano-Medina, Y.; García, D.; Martínez Y.; Hernández L. (2013a). Control de profundidad para un vehículo autónomo subacuático con filtrado del oleaje. In: *XV Convención y Feria Internacional Informática. XI Simposio Internacional de Automatización*. Habana, Cuba.

- Valeriano-Medina, Y.; Hernández, L.; Cañizares J. R.; Zamora H. L. (2011). Modelo dinámico de un vehículo autónomo sumergible de bajo costo. In: *CIE 2011*. FIE. Villa Clara, Cuba.
- Valeriano-Medina, Y.; Martínez, A.; Hernández L.; Sahli H.; Rodríguez Y.; Cañizares J. R. (2013b). Dynamic model for an autonomous underwater vehicle based on experimental data. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems: Methods, Tools and Applications in Engineering and Related Sciences* **19**(2), 175–200.
- Wang, Y.; Shi, X.; Xia G. Bian X. (2007). Modelling of large ship motion and design of intelligent rudder control mechanism. In: *International conference on automation and logistics*. IEEE Xplore. China. pp. 1699–1703.
- Wernli, R. L. (2000). Auv commercialization-who's leading the pack?. In: *Proceedings of the OCEANS'00*. Providence, Estados Unidos.
- Yoerger, D.; Slotine, J.J. (1985). Robust trajectory control of underwater vehicles. *IEEE Journal of Oceanic Engineering* **10**(4), 462–470.
- Yoshida, H. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. Fundamentals of underwater vehicle hardware and their applications, pp. 557–582. InTech. Vienna, Austria.

ANEXO A

PROCEDIMIENTO PARA LA TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS POR ÁNGULOS DE *EULER*.

Teorema de Rotación de Euler:

Cualquier cambio en la orientación relativa de dos cuerpos rígidos o sistemas de referencias A y B puede ser producido por medio de una rotación simple de B en A si existe una recta L , llamada axisa de rotación, cuya orientación relativa tanto a A como B permanece inalterada durante el movimiento.

A partir de este teorema se desarrolla el siguiente procedimiento:

Sea \mathbf{a} un vector fijo en A y \mathbf{b} un vector fijo en B . Luego, el vector \mathbf{b} puede ser expresado en términos de \mathbf{a} , con un vector unitario $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T$ paralelo a L alrededor del cual rota B un ángulo β de la forma:

$$\mathbf{b} = \cos(\beta)\mathbf{a} + (1 - \cos \beta)\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\lambda}^T\mathbf{a} - \text{sen}(\beta)\boldsymbol{\lambda} \times \mathbf{a} \quad (\text{A.1})$$

donde ϕ , θ ó ψ sería el ángulo de rotación (β) para L paralela al eje de coordenadas X , Y , Z de A respectivamente. Consecuentemente:

$$\mathbf{b} = \mathbf{C}\mathbf{a} \quad (\text{A.2})$$

donde \mathbf{C} puede ser interpretada como una matriz de rotación cuya expresión es:

$$\mathbf{b} = \cos(\beta)\mathbf{I} + (1 - \cos \beta)\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\lambda}^T - \text{sen}(\beta)\mathbf{S}(\boldsymbol{\lambda}) \quad (\text{A.3})$$

notando que \mathbf{I} es la matriz identidad de 3×3 y $\mathbf{S}(\boldsymbol{\lambda})$ es una matriz oblicua simétrica, que cumple con la propiedad $\mathbf{S}(\boldsymbol{\lambda}) = -\mathbf{S}(\boldsymbol{\lambda})^T$ y está definida de forma que $\boldsymbol{\lambda} \times \mathbf{a} = \mathbf{S}(\boldsymbol{\lambda})\mathbf{a}$ con:

$$\mathbf{S}(\boldsymbol{\lambda}) = \begin{bmatrix} 0 & -\lambda_3 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & 0 & -\lambda_1 \\ -\lambda_2 & \lambda_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Una vez dicho esto, puede establecerse que las principales matrices de rotación quedan definidas de la siguiente forma:

$$\mathbf{C}_{\mathbf{X},\phi} = \cos(\phi)\mathbf{I} + (1 - \cos \phi)\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\lambda}^T - \text{sen}(\phi)\mathbf{S}(\boldsymbol{\lambda}) \quad (\text{A.5})$$

con:

$$\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, 0, 0]^T = [1, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{C}_{\mathbf{Y},\theta} = \cos(\theta)\mathbf{I} + (1 - \cos \theta)\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\lambda}^T - \text{sen}(\theta)\mathbf{S}(\boldsymbol{\lambda}) \quad (\text{A.6})$$

con:

$$\boldsymbol{\lambda} = [0, \lambda_2, 0]^T = [0, 1, 0]^T$$

$$\mathbf{C}_{\mathbf{Z},\psi} = \cos(\psi)\mathbf{I} + (1 - \cos \psi)\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{\lambda}^T - \text{sen}(\psi)\mathbf{S}(\boldsymbol{\lambda}) \quad (\text{A.7})$$

con:

$$\boldsymbol{\lambda} = [0, 0, \lambda_3]^T = [0, 0, 1]^T$$

quedando luego:

$$\mathbf{C}_{\mathbf{X},\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & s\phi \\ 0 & -s\phi & c\phi \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_{\mathbf{Y},\theta} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & -s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_{\mathbf{Z},\psi} = \begin{bmatrix} c\psi & s\psi & 0 \\ -s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

donde $c^* = \cos(*)$ y $s^* = \text{sen}(*)$. La notación $\mathbf{C}_{\mathbf{i},\alpha}$ denota un ángulo de rotación α alrededor de la axisa i . Note que toda $\mathbf{C}_{\mathbf{i},\alpha}$ cumple con la siguiente propiedad:

$$\mathbf{C}\mathbf{C}^T = \mathbf{C}^T\mathbf{C} = \mathbf{I}; \quad \det(\mathbf{C}) = 1$$

lo cual implica que \mathbf{C} tiene que ser una matriz ortogonal:

$$\mathbf{C}^{-1} = \mathbf{C}^T \quad (\text{A.9})$$

Velocidad lineal:

En este punto puede afirmarse que si el vector \mathbf{a} fijo en A tiene la forma $\mathbf{a} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T = \dot{\boldsymbol{\eta}}_1$ en correspondencia con lo mostrado en el epígrafe, siendo A el sistema de referencia con rigen en OE . Si el vector \mathbf{b} , fijo en B , está dado por $\mathbf{b} = [u, v, w]^T = \dot{\boldsymbol{\nu}}_1$, siendo B el sistema de referencia con origen en OB , entonces:

$$\dot{\boldsymbol{\nu}}_1 = \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\eta}}_1$$

dado que la secuencia lógica de rotación es primero ϕ alrededor de x , luego θ alrededor de y y ψ alrededor de z

$$\dot{\boldsymbol{\nu}}_1 = (\mathbf{C}_{\mathbf{X},\phi}\mathbf{C}_{\mathbf{Y},\theta}\mathbf{C}_{\mathbf{Z},\psi})\dot{\boldsymbol{\eta}}_1$$

teniendo en cuenta la ecuación A.9 queda:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 &= \mathbf{C}^{-1} \dot{\boldsymbol{\nu}}_1 = [\mathbf{C}_{X,\phi} \mathbf{C}_{Y,\theta} \mathbf{C}_{Z,\psi}]^{-1} \dot{\boldsymbol{\nu}}_1 = [\mathbf{C}_{X,\phi} \mathbf{C}_{Y,\theta} \mathbf{C}_{Z,\psi}]^T \dot{\boldsymbol{\nu}}_1 = (\mathbf{C}_{Z,\psi}^T \mathbf{C}_{Y,\theta}^T \mathbf{C}_{X,\phi}^T) \dot{\boldsymbol{\nu}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 &= \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\phi s\theta s\psi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\nu}}_1 = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) \dot{\boldsymbol{\nu}}_1 \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Velocidad angular:

Por otro lado, el vector de velocidad angular $\boldsymbol{\nu}_2 = [p, q, r]^T$ y el de vector de variaciones de los ángulos de Euler $\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$ están relacionadas a través de la matriz de transformación $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$ de acuerdo a:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) \boldsymbol{\nu}_2 \quad (\text{A.11})$$

Debe notarse que el vector de velocidad angular del cuerpo $\boldsymbol{\nu}_2 = [p, q, r]^T$ no puede ser integrado directamente para obtener la coordenada angular real. Esto se debe al hecho de que $\boldsymbol{\nu}_2(\tau)$ no tiene ninguna interpretación física inmediata. No obstante, el vector $\boldsymbol{\eta}_2 = [\phi, \theta, \psi]^T$ representa las coordenadas generales propias. La orientación del sistema de referencia fijo al cuerpo OB con respecto al sistema de referencia inercial OE está dada por:

$$\boldsymbol{\nu}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{C}_{X,\phi} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{C}_{X,\phi} \mathbf{C}_{Y,\theta} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_2^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \dot{\boldsymbol{\eta}}_2 \quad (\text{A.12})$$

Expandiendo la ecuación A.12 queda:

$$\mathbf{J}_2^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & c\theta s\phi \\ 0 & -s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

donde $c* = \cos(*)$, $s* = \sin(*)$ y $t* = \tan(*)$.

Transformación matemática:

Partiendo de:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta & 0 \\ -s\theta & c\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \end{bmatrix}$$

considerando los estados \dot{z} y $\dot{\theta}$:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s\theta & c\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \end{bmatrix}$$

Expandiendo la expresión anterior queda:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s\theta u + c\theta w + 0q \\ 0u + 0w + q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta w + 0q - s\theta u \\ 0w + q + 0u \end{bmatrix}$$

reescribiéndose de la forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -s\theta \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (\text{A.14})$$

ANEXO B

PROCEDIMIENTO DETALLADO PARA EL CÁLCULO POR VÍA EXPERIMENTAL DE LAS GANANCIAS B_3 Y B_4 .

A partir la ecuación

$$\begin{bmatrix} \tau_Z \\ \tau_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_3 \\ -k_3 l_{xE} \end{bmatrix} \delta_E = \begin{bmatrix} b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \delta_E \quad (\text{B.1})$$

se tiene que

$$\tau_M = b_4 \delta_E \quad (\text{B.2})$$

recordando que el vector de entradas de control $\boldsymbol{\tau}$ se expresa en Nm y el ángulo de estabilizador de cola δ_E en rad , se puede determinar que b_4 está dado en Nm/rad .

Antes de proceder al cálculo del término b_4 es necesario recordar los valores de los términos conocidos (Tabla B-1).

Tabla B-1: Valores geométricos e inerciales del *HRC – AUV*.

Parámetros	Descripción	<i>Valores</i>
u_0	Velocidad de crucero	1,9 <i>m/s</i>
I_{yy}	Momento de Inercia	21010,4 <i>kgm²</i>
$M_{\dot{q}}$	Masa Añadida	-15 572 <i>kgm²</i>
M_q	Término lineal de amortiguamiento	-9096,9 $\frac{Nm}{rad/s}$
m	Masa	4094,56 <i>kg</i>
g	Aceleración de la gravedad	9,81 <i>m/s²</i>
W	Peso (<i>mg</i>)	40168 <i>N</i>
BG_z	Distancia entre <i>CG</i> y <i>CB</i>	22 <i>mm</i>

así como el análisis de las unidades de medidas a utilizar (Tabla B-2).

Tabla B-2: Unidades de medidas de algunos parámetros del *HRC – AUV*.

Parámetros	Descripción	<i>Unidades</i>
θ	Cabeceo	<i>rad</i>
q	Velocidad lineal de cabeceo	<i>rad/s</i>

En la linealización realizada de la ecuación 2.65, donde se considera que $\sin \theta \approx \theta$, se debe recordar que el término $\sin \theta$ da como resultado un valor real, mientras que el término θ

da como resultado valores en rad , por tal motivo dicha linealización introduce un término de $1/rad$.

De la ecuación 2.68 se tiene la siguiente expresión

$$(I_{yy} - M_{\dot{q}})\ddot{\theta} - M_q\dot{\theta} + WBG_z\theta = b_4\delta_E \quad (B.3)$$

analizando los términos la función de transferencia

$$\begin{aligned} (I_{yy} - M_{\dot{q}})\ddot{\theta} &\rightarrow \frac{Nm}{rad/s^2} \cdot rad/s^2 \rightarrow Nm \\ M_q\dot{\theta} &\rightarrow \frac{Nm}{rad/s} \cdot rad/s \rightarrow Nm \\ WBG_z\theta &\rightarrow Nm \end{aligned}$$

A partir de la función de transferencia para profundidad

$$\frac{Z(s)}{\delta_E(s)} = \frac{-u_0b_4}{s(s^2 - \frac{M_q}{(I_{yy}-M_{\dot{q}})}s + \frac{WBG_z}{(I_{yy}-M_{\dot{q}})})} \quad (B.4)$$

y conociendo que la expresión

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\sigma\omega_n s + \omega_n^2)}$$

es adimensional, la ecuación B.4 se puede reescribir de la forma

$$G(s) = \frac{Z(s)}{\delta_E(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s(s^2 + 2\sigma\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (B.5)$$

donde:

$$K = \frac{-u_0b_4}{WBG_z}; \quad 2\varphi\omega_n = \frac{-M_q}{(I_{yy} - M_{\dot{q}})}; \quad \omega_n^2 = \frac{WBG_z}{(I_{yy} - M_{\dot{q}})} \quad (B.6)$$

Para determinar el valor de b_4 se utilizan los datos obtenidos durante un experimento realizado por el *CIDNAV* (Hernández, 2011). En el experimento se maneja el estabilizador de cola δ_E con un relé de dos posiciones, de forma tal que el mando fuera una onda cuadrada de amplitud $d = 24$ grados, que reproduce claramente el esquema de identificación con un relé en lazo cerrado propuesto por Åström (Åström, 1995), como el de la Figura B-1, registrándose los valores de z .

En este tipo de esquema se produce un ciclo límite de amplitud $a = 5,06m$ y frecuencia $w_c = \frac{2\pi}{27,5s} = 0,2285$. El ciclo límite se produce en el punto donde se interceptan el diagrama polar del subsistema longitudinal $G(jw)$ y el de la función descriptiva $-\frac{1}{N} = -\frac{a\pi}{4d}$ de la

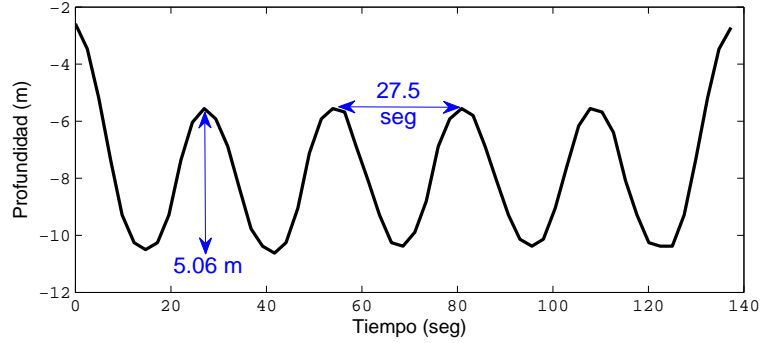


Figura B-1: Identificación del modelo de profundidad.

no linealidad, siendo iguales los módulos y las fases para $w = w_c$.

$$|G(jw_c)| = \frac{a\pi}{4d}$$

de modo que:

$$|G(jw_c)| = \frac{K\omega_n^2}{w_c\sqrt{(2\sigma\omega_n w_c)^2 + (\omega_n^2 - w_c^2)^2}} = \frac{a\pi}{4d} \quad (\text{B.7})$$

de la ecuación anterior se tiene que:

$$K = \frac{a\pi}{4d} \frac{w_c\sqrt{(2\sigma\omega_n w_c)^2 + (\omega_n^2 - w_c^2)^2}}{\omega_n^2} \quad (\text{B.8})$$

Los valores del relé que se utilizó en el experimento se presentan en la Tabla B-3:

Tabla B-3: Términos para el cálculo de b_4 .

Parámetros	Descripción	Valores
a	Amplitud de la oscilación	5,06 m
d	Amplitud de la onda cuadrada	24 °
w_c	Frecuencia de corte	0,2285 rad/s

Sustituyendo los valores en la ecuación B.8 se obtiene que

$$K = 5,6859 \text{ m/s}$$

utilizando este valor para el cálculo de b_4 se obtiene que:

$$b_4 = -2644,5 \text{ Nm/rad}$$

por otro lado, de la ecuación B.1 se infiere que:

$$b_3 = -\frac{b_4}{l_{xE}}; \quad b_3 = 661,12 \text{ N/rad.}$$